

ОСНОВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Лектор — Виктор Алексеевич Александров

Программа курса лекций

(4-й семестр, лекции 32 ч., семинары 32 ч., экз.)

5. Геометрия пространств со скалярным произведением

5.1. Линейные пространства: определение, линейная зависимость векторов, размерность пространства, подпространство. Примеры линейных пространств и подпространств.

5.2. Нормированные линейные пространства: определение нормы, открытые и замкнутые множества, сходимость последовательности, замыкание множества, плотное множество, предел последовательности, сепарабельность пространства. Примеры сепарабельных нормированных пространств. Пример незамкнутого подпространства нормированного линейного пространства. Фундаментальная последовательность, полнота пространства. Примеры полных и неполных нормированных пространств. Лебеговские функциональные пространства $L_p(G)$ как важнейший пример полных нормированных пространств: определение и свойства (без доказательства), в том числе — интегральные неравенства Гёльдера и Минковского, полнота и сепарабельность, плотность множества гладких функций.

5.3. Линейные пространства со скалярным произведением: определение и примеры. Неравенство Коши — Буняковского — Шварца в пространстве со скалярным произведением. Норма, порождённая скалярным произведением. Непрерывность скалярного произведения. Равенство параллелограмма. Гильбертово пространство: определение и примеры.

5.4. Ортогональность векторов. Угол между векторами. Процесс ортогонализации Грама — Шмидта.

5.5. Приближение векторами подпространства и ортогональное проектирование. Вектор наилучшего приближения. Лемма о существовании и единственности вектора наилучшего приближения. Ортогональная проекция вектора на подпространство.

Лемма об эквивалентности понятий «вектор наилучшего приближения» и «ортогональная проекция вектора». Ортогональное дополнение к подпространству. Прямая сумма подпространств. Примеры разложения пространства в прямую сумму подпространств. Теорема о разложении гильбертова пространства в прямую сумму подпространств.

5.6. Теорема об ортогональном проектировании на конечномерное подпространство (теорема Пифагора). Коэффициенты Фурье относительно ортогональной системы. Ряд Фурье вектора из гильбертова пространства. Неравенство Бесселя.

5.7. Пополнение ортонормированной системы. Полная ортонормированная система. Равенство Парсеваля. Замкнутость ортонормированной системы. Гильбертов базис. Критерий полноты ортонормированной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве. Теорема о существовании гильбертова базиса в сепарабельном гильбертовом пространстве (без доказательства).

5.8. Теорема Рисса — Фишера. Изоморфизм гильбертовых пространств: определение. Теорема об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.

5.9. Тригонометрическая система функций как пример полной ортонормированной системы в $L_2[-\pi, \pi]$.

Литература: основная — 2, 8; дополнительная — 6, 7 (глава III), 9 (глава 1).

6. Ортогональные многочлены

6.1. Ортогональные многочлены как результат ортогонализации последовательности мономов: Определения весовой функции и весового лебеговского пространства. Идея построения ортогональных многочленов посредством ортогонализации последовательности мономов. Ортогональные многочлены: определение.

6.2. Общие свойства ортогональных многочленов, в том числе — однозначная определённость ортогональных многочленов их весом; чётность / нечётность многочлена с чётным весом; трёхчленная рекуррентная формула.

6.3. Свойства нулей ортогональных многочленов, в том числе — все нули простые и содержатся в промежутке ортогональности; два многочлена с последовательными номерами не могут иметь общего корня; нули многочленов перемежаются.

6.4. Классические ортогональные многочлены. Стандартизация ортогональных многочленов. Производящая функция: определение. Уравнение Пирсона. Свойства классических ортогональных многочленов (без доказательства).

6.5. Многочлены Лежандра: производящая функция, рекуррентные соотношения.

6.6. Многочлены Лежандра: дифференциальное уравнение, соотношения ортогональности.

6.7. Формула Родрига для многочленов Лежандра (без доказательства). Теорема о разложении функции в ряд по многочленам Лежандра (без доказательства).

6.8. Мультипольное разложение кулонова потенциала. Дипольный момент.

Многочлены Эрмита и Лагерра (*изучаются только на семинарах*): производящая функция, рекуррентные соотношения, дифференциальное уравнение, соотношения ортогональности, формула Родрига. Разложение функций в ряды по многочленам Эрмита и Лагерра. Функции Эрмита и Лагерра.

Литература: основная — 4; дополнительная — 7 (глава VII, § 3).

7. Ограниченные операторы в гильбертовых пространствах

7.1. Линейные операторы: определение, примеры и общие свойства.

7.2. Непрерывные и ограниченные операторы: определения и теорема об эквивалентности понятий непрерывного и ограниченного операторов.

7.3. Норма оператора: определение; лемма о трёх формулах, задающих норму оператора; теорема о шести свойствах нормы оператора; оценка нормы оператора, отображающего конечномерное пространство в конечномерное.

7.4. Сходимость операторов и операторные ряды: определение сходящейся последовательности операторов, свойства сходящихся последовательностей операторов. Теорема о полноте пространства ограниченных операторов (без доказательства). Определение операторного ряда и его суммы. Свойства сходящихся операторных рядов.

7.5. Обратимость оператора. Обратный оператор: определение обратимого оператора, образа оператора и обратного оператора. Свойства обратного оператора.

7.6. Теорема Неймана.

7.7. Спектр оператора. Определение собственного значения оператора и точечного спектра оператора. Определение резольвентного множества и резольвентного оператора. Определение непрерывного и остаточного спектра оператора. Определение спектра оператора. Простейшие свойства спектра, в том числе, то, что спектр

является замкнутым множеством и содержится в замкнутом шаре, радиус которого равен норме оператора.

7.8. Линейные функционалы: определение и пример линейного функционала; определение ядра линейного функционала. Свойства ядра линейного функционала, в том числе то, что ядро линейного функционала всегда является подпространством; что ядро ненулевого линейного функционала имеет коразмерность один; и что и что линейный функционал непрерывен если и только если его ядро замкнуто.

7.9. Определение сопряжённого пространства. Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала.

7.10. Бра- и кет-векторы: Введение бра- и кет-обозначений. Примеры использования бра- и кет-обозначений для нахождения разложения тождественного оператора и нахождения резольвентного оператора.

7.11. Оператор, сопряжённый к ограниченному: определение и пример нахождения оператора, сопряжённого к оператору, отображающему конечномерное пространство в конечномерное. Свойства оператора, сопряжённого к ограниченному.

7.12. Теорема о применении сопряжённого оператора к нахождению спектра.

7.13. Ограниченные самосопряжённые операторы: определение; теорема о точечном спектре и ортогональности собственных векторов, отвечающих разным собственным значениям; теоремы о норме и инвариантном подпространстве.

7.14. Компактные операторы: определение и простейшие свойства. Теорема о существовании базиса из собственных векторов компактного самосопряжённого оператора (без доказательства).

Литература: основная — 3; дополнительная — 1, 6, 7 (глава IV, §§ 5 и 6), 9 (главы 7 и 8).

8. Интегральные уравнения

8.1. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра и примеры задач, к ним приводящих.

8.2. Интегральный оператор Гильберта — Шмидта: определение, теоремы о компактности и об операторе, сопряжённом к оператору Гильберта — Шмидта.

8.3. Решение уравнений с вырожденным ядром.

8.4. Альтернатива Фредгольма.

8.5. Уравнения с малым параметром: ряд Неймана; метод последовательных приближений.

8.6. Интегральные уравнения с симметричными ядрами: теорема Гильберта — Шмидта для интегральных операторов; разложение решения интегрального уравнения по собственным функциям ядра.

8.7. Разложение повторного ядра интегрального оператора по его собственным функциям. Билинейная формула. Теорема Мерсера (без доказательства).

Литература: основная — 5; дополнительная — 6, 7 (глава IX).

Литература

Учебные и методические пособия, изданные в НГУ, доступны в электронном виде на сайте кафедры <http://www.phys.nsu.ru/ok03>

1. *Абашеева Н. Л.* Ограниченные операторы в гильбертовых пространствах в примерах и задачах: Метод. пособие. Новосибирск: НГУ, 2007.
2. *Александров В. А.* Геометрия пространств со скалярным произведением: Метод. пособие. Новосибирск: НГУ, 1995.
3. *Александров В. А.* Ограниченные операторы в гильбертовых пространствах: Метод. пособие. Новосибирск: НГУ, 1996.
4. *Александров В. А.* Ортогональные многочлены: Метод. указания. Новосибирск: НГУ, 1993.
5. *Александров В. А., Колесников Е. В.* Интегральные уравнения: Метод. указания. Новосибирск: НГУ, 1993.
6. *Антоневич А. Б., Князев П. Н., Радыно Я. В.* Задачи и упражнения по функциональному анализу. Минск: Выш. шк., 1978.
7. *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972.
8. *Подвигин И. В.* Гильбертово пространство в примерах и задачах: Учебно-метод. пособие. Новосибирск: НГУ, 2012.
9. *Рихтмайер Р.* Принципы современной математической физики. М.: Мир, 1982. Т. 1.

План семинаров

1-й семинар. — Простейшие свойства сходимости в гильбертовом пространстве: всякая сходящаяся последовательность фундаментальна, ограничена и имеет не более одного предела; всякое конечномерное подпространство замкнуто. Парадоксальные свойства бесконечномерных гильбертовых пространств: существование незамкнутых подпространств и возможность поместить бесконечно много попарно непересекающихся шаров фиксированного радиуса в единичный шар.

2-й семинар. — Вычисление углов в гильбертовом пространстве. Кривая Винера. Поляризационные тождества.

3-й семинар. — Процесс ортогонализации Грама — Шмидта. Ортогональное проектирование на конечномерные и бесконечномерные подпространства. Задача наилучшего приближения.

4-й семинар. — Нахождение замыкания подпространства. Нахождение ортогонального дополнения к подпространству. Изоморфизм гильбертовых пространств.

5-й семинар. — Общие свойства ортогональных многочленов. Многочлены Эрмита: производящая функция; вывод и использование рекуррентных формул.

6-й семинар. — Многочлены Эрмита: вывод и использование соотношений ортогональности и дифференциального уравнения; разложение функций в ряды по многочленам Эрмита.

7-й семинар. — Многочлены Лагерра: производящая функция; вывод и использование рекуррентных формул, соотношений ортогональности и дифференциального уравнения; разложение функций в ряды по многочленам Лагерра.

8-й семинар. — Многочлены Лежандра: применение производящей функции, рекуррентных формул и соотношений ортогональности; разложение функций в ряды по многочленам Лежандра.

9-й семинар. — Вычисление нормы ограниченного оператора и оператора, обратного к данному.

10-й семинар. — Линейные функционалы. Бра- и кет-векторы.

11-й семинар. — Сопряжённый оператор. Спектр и резольвента ограниченного оператора.

12-й семинар. — Спектр и резольвента ограниченного оператора. Применение сопряжённого оператора к нахождению спектра.

13-й семинар. — Компактные операторы. Задачи на спектр компактных и компактных самосопряжённых операторов.

14-й семинар. — Сведение дифференциальных уравнений к интегральным и наоборот. Решение интегральных уравнений с вырожденным ядром.

15-й семинар. — Альтернатива Фредгольма. Повторные ядра и резольвента интегрального уравнения.

16-й семинар. — Собственные значения и собственные функции интегральных уравнений с симметричным ядром. Представление решения неоднородных уравнений Фредгольма с симметричным ядром в виде ряда по собственным функциям ядра.

Задания по основам функционального анализа

Задание 4 (сдать до 15 марта)

Геометрия пространств со скалярным произведением

1. Докажите, что в любом комплексном гильбертовом пространстве скалярное произведение можно выразить через норму с помощью *поляризационного тождества*

$$(x, y) = \frac{1}{4} \left[(\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2) - i(\|x + iy\|^2 - \|x - iy\|^2) \right].$$

2. Докажите, что в пространстве $C[a, b]$ непрерывных функций на отрезке $[a, b]$ невозможно ввести скалярное произведение, согласованное с нормой этого пространства.

3. Найдите углы треугольника, образованного векторами $f_1(t) = 0$, $f_2(t) = \sin t$, $f_3(t) = \cos 2t$ в евклидовом пространстве $L_2[-\pi, \pi]$.

4. Пусть L обозначает подпространство пространства $L_2[-1, 1]$, натянутое на функции $f_1(t) = 1$, $f_2(t) = t$ и $f_3(t) = t^2$. Найдите ортогональную проекцию функции $g(t) = \sin t$ на L .

5. В пространстве $L_2[-\pi, \pi]$ найдите ортогональное дополнение к подпространству, состоящему из многочленов с нулевой суммой коэффициентов.

6. Убедитесь, что система функций $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$, $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos t$, $\dots$, $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos nt$, $\dots$ является ортонормированной в $L_2[-\pi, \pi]$, но не является базисом этого пространства.

Ортогональные многочлены

7. Применяя процесс ортогонализации Грама — Шмидта, ортогонализируйте мономы $1, x, x^2, x^3$ в весовом лебеговском пространстве $L_2^h(-\infty, +\infty)$, если весовая функция h задана формулой $h(x) = e^{-x^2}$.

8. Докажите, что $H_{2n}(0) = (-1)^n \frac{(2n)!}{n!}$ для всех $n = 0, 1, 2, \dots$. Здесь (а также в задачах 9 и 10) $H_n(x)$ — n -й многочлен Эрмита, стандартизованный с помощью производящей функции, т. е. $H_n(x)$ определяется как коэффициент в разложении

$$e^{2xt-t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{n!} t^n.$$

9. Вычислите интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} [H'_n(x)]^2 dx.$$

Задание 5 (сдать до 25 апреля)

10. Разложите в ряд по многочленам Эрмита функцию $\operatorname{sh} x$, где $\operatorname{sh} x$ обозначает гиперболический синус числа x , т. е. $\operatorname{sh} x = (e^x - e^{-x})/2$. Обоснуйте сходимость полученного ряда.

11. Вычислите интеграл

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} x^{\alpha+1} [L_n^\alpha(x)]^2 dx.$$

Здесь $L_n^\alpha(x)$ — n -й многочлен Лагерра, стандартизованный с помощью производящей функции, т. е. $L_n^\alpha(x)$ — это коэффициент тейлоровского разложения по переменной t с центром в нуле производящей функции многочленов Лагерра:

$$w(x, t, \alpha) = \frac{e^{-xt/(1-t)}}{(1-t)^{\alpha+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} L_n^\alpha(x) t^n.$$

12. Докажите, что $P_{2n}(0) = (-1)^n \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}$ для всех $n = 0, 1, 2, \dots$. Здесь (а также в задачах 13 и 14) $P_n(x)$ — n -й многочлен Лежандра, стандартизованный с помощью производящей функции, т. е. $P_n(x)$ определяется как коэффициент в разложении

$$\frac{1}{\sqrt{1-2tx+t^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) t^n.$$

13. Вычислите интеграл

$$\int_{-1}^1 (1-x^2) [P'_n(x)]^2 dx,$$

где $P_n(x)$ — n -й многочлен Лежандра, стандартизованный с помощью производящей функции.

14. Разложите в ряд по многочленам Лежандра функцию

$$\frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x}}.$$

Ограниченные операторы в гильбертовых пространствах

В задачах 15–21 $M_a : \ell_2 \rightarrow \ell_2$ обозначает «диагональный» линейный оператор, действующий по правилу:

$$M_a : (x_1, x_2, x_3, \dots) \mapsto (a_1 x_1, a_2 x_2, a_3 x_3, \dots),$$

где $a = (a_1, a_2, \dots, a_n, \dots)$ — фиксированная ограниченная последовательность комплексных чисел.

15. Докажите, что оператор M_a непрерывен и найдите его норму.
16. Выясните является ли оператор M_a обратимым и если является, то найдите M_a^{-1} .
17. Опишите сопряжённый к M_a оператор и выясните, когда оператор M_a самосопряжён. Выясните, когда оператор M_a унитарен.
18. Найдите точечный спектр оператора M_a .

Задание 6 (сдать до 30 мая)

19. Найдите непрерывный спектр оператора M_a .
20. Найдите остаточный спектр оператора M_a . Укажите резольвентное множество оператора M_a .
21. В каком из двух случаев оператор M_a компактен: если $a_n = \sin \frac{\pi n}{2}$ или если $a_n = (-1)^n n^{-1}$?
22. Покажите, что используя «бра» и «кет» обозначения оператор проектирования P на подпространство, натянутое на единичный вектор x , можно задать формулой $P = |x\rangle\langle x|$.
23. Докажите, что для любых самосопряжённых ограниченных операторов $A : H \rightarrow H$ и $B : H \rightarrow H$ справедливо неравенство

$$\frac{1}{2} |([A, B]x, x)| \leq \|Ax\| \cdot \|Bx\|,$$

где $[A, B] = AB - BA$ — коммутатор операторов A и B .

Отметим на будущее, что в квантовой механике вводят обозначение $\langle A \rangle_x = (Ax, x)$, переписывают предыдущее неравенство в виде

$$\langle A^2 \rangle_x \langle B^2 \rangle_x \geq \frac{1}{4} \langle [A, B] \rangle_x^2$$

и интерпретируют его как принцип неопределённости Гейзенберга. Докажите последнее неравенство. (Для полноты отметим, что наиболее интересные с точки зрения квантовой механики операторы не являются ограниченными, так что пока вы доказали лишь частный случай принципа неопределённости Гейзенберга.)

Интегральные уравнения

24. Составьте интегральное уравнение, отвечающее задаче Коши

$$\begin{aligned}x''(t) - tx'(t) + t^2x(t) &= 1, \\ x(0) &= 1, \quad x'(0) = -1.\end{aligned}$$

25. Решите интегральное уравнение

$$x(t) = t + 1 - \int_0^t (t-s)x(s) ds,$$

сведя его к обыкновенному дифференциальному уравнению.

26. Найдите все решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода с вырожденным ядром

$$x(t) - \mu \int_0^\pi \cos(t+s)x(s) ds = 1.$$

Рассмотрите все возможные значения параметра μ .

27. Пусть $Ax(t) = \int_0^1 K(t,s)x(s) ds$, где

$$K(t,s) = \begin{cases} (t+1)s, & \text{если } 0 \leq t \leq s; \\ (s+1)t, & \text{если } s \leq t \leq 1. \end{cases}$$

Найдите характеристические значения и собственные функции интегрального уравнения $x(t) - \mu Ax(t) = 0$, сведя его к краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения.

Программу и задания
по основам функционального анализа
составил д.ф.-м.н., профессор В. А. Александров

Правила аттестации студентов по «Основам функционального анализа»

§1. Контроль работы в семестре

(1) В течение семестра студенту настоятельно рекомендуется сдать своему семинаристу в устной форме все 27 задач из приведённых выше заданий.

(2) За каждую задачу, полностью сданную в срок, студент получает 6 баллов. За задачу, сданную (полностью или частично) после установленного срока, студент получает ноль баллов.

(3) В конце семестра семинарист оценивает работу каждого студента из своей группы и добавляет ему от 0 до 50 баллов в зависимости от того, насколько активно студент решал задачи у доски, делал домашние задания, решал контрольные работы и т. п.

(4) Сумма баллов, начисленных студенту в соответствии с пунктами (2) и (3) называется «баллами за работу в семестре». Она сообщается всем студентам до проведения консультации через сайт кафедры <http://www.phys.nsu.ru/aleksandrov/teaching.html> и учитывается при выставлении оценки за экзамен.

(5) Приём задач из задания семинаристами заканчивается с окончанием зачётной сессии, т. е. ориентировочно 30-го мая 2020 года.

§2. Проведение экзамена

(6) «Автоматов» и досрочных экзаменов не бывает.

(7) Студент может сдавать экзамен только в тот день и только в той аудитории, которые указаны в расписании экзаменов для его группы. При наличии уважительной причины и по предварительному согласованию с лектором в особых случаях допускается сдача экзамена с другой группой. Примером уважительной причины может служить поездка на Всероссийскую студенческую олимпиаду по теоретической механике.

(8) Поскольку по «Основам функционального анализа» не предусмотрен зачёт, то к сдаче экзамена допускаются все студенты (даже те, кто не сдал всех задач из приведённых выше заданий).

(9) Экзаменационный билет содержат три вопроса. Первый вопрос одинаков во всех билетах и выглядит так: «Сдача задач из заданий». Два других вопроса являются теоретическими вопросами (в частности, они не содержат задач) из программы курса. Список вопросов, выносимых на экзамен, выкладывается на сайт кафедры <http://www.phys.nsu.ru/aleksandrov/teaching.html> до проведения консультации.

(10) Если студент уже сдал все задачи из заданий (что очень рекомендуется), то вытянув билет, он пропускает первый вопрос

«Сдача задач из заданий» и получает один час на подготовку к двум оставшимся вопросам билета.

(11) При подготовке к ответу на второй и третий вопросы билета можно пользоваться только собственной головой. Другими словами, при подготовке к ответу на второй и третий вопросы билета запрещается пользоваться какой-либо литературой, конспектами, шпаргалками, мобильными телефонами и подсказками товарищей. Нарушающие это правило будут удалены с экзамена.

(12) Выходить из аудитории до начала ответа на второй и третий вопросы билета нельзя (точнее — выйти можно, а вот снова войти уже нельзя).

(13) Если студент не сдал какие-то из 27 задач из приведённых выше заданий (никому из студентов очень не рекомендуется попадать в эту ситуацию), то, вытянув экзаменационный билет, он должен без подготовки начать отвечать на первый вопрос билета «Сдача задач из заданий». Отвечать он должен не своему семинаристу, а любому другому свободному экзаменатору (который, при удачном ответе на первый вопрос, будет дальше спрашивать второй и третий вопросы билета).

(14) Ответ на первый вопрос не может длиться более 30 минут. При этом студент может (и даже должен) пользоваться своей тетрадью, в которой он заранее решил те из 27 задач из приведённых выше заданий, решения которых он не сумел объяснить своему семинаристу во время семестра. Если за это время студент объяснил экзаменатору решения всех своих долгов по заданиям, то он получает один час на подготовку к двум оставшимся вопросам билета и руководствуется при этом пунктами (11) и (12) настоящих Правил. Если за это время студент не сумел объяснить экзаменатору решения всех своих долгов по заданиям, то экзамен прекращается, студент отправляется на пересдачу, а в экзаменационную ведомость выставляется оценка «неудовлетворительно».

(15) Ответ на второй и третий вопросы билета оценивается по пятибалльной системе: «пятёрка» ставится за полный и правильный ответ как на вопрос билета, так и на сопутствующие вопросы преподавателя; «четвёрка» ставится за правильные формулировки всех определений и теорем, и объяснение основных идей доказательства (при этом допускается, что доказательство не доведено до конца); «тройка» ставится за правильные формулировки всех определений и теорем из билета (при этом допускается, что о доказательстве не сказано ничего); «двойка» ставится за незнание хоть одной из теорем или хоть одного из важных (т. е. многократно используемых в курсе) определений.

(16) Если хотя бы за один из вопросов билета получена оценка «двойка», то экзамен прекращается, а студент идёт на пересдачу. Остальные оценки, полученные за ответ на второй и третий вопросы билета, конвертируются в баллы следующим образом: «пятёрка» — 200 баллов; «четвёрка» — 100 баллов, «тройка» — 0 баллов.

(17) Ответив на вопросы билета, студент должен побеседовать с преподавателем на одну из тем, не вошедших в билет. Имеется ввиду выяснить насколько свободно студент владеет изученным материалом. Речь идёт только о формулировках теорем и определениях. В этот момент доказательства теорем уже не спрашивают. По результатам этой беседы никаких оценок не ставится и баллы не начисляются. Но для тех студентов, кто не может поддерживать разговор в таком формате экзамен прекращается, а в ведомость ставится оценка «неудовлетворительно».

(18) В случае необходимости преподаватель может заменить дополнительный вопрос задачей. Например, вместо того, чтобы спросить «что называется спектром оператора» он может попросить найти спектр тождественного оператора. На экзамене не бывает задач, требующих сложных вычислений или нестандартных подходов к решению.

(19) После того, как студент ответил (не на «двойку») на все вопросы билета и побеседовал с преподавателем на тему, не входящую в билет, все заработанные им баллы суммируются (т.е. складываются баллы за ответы на второй и третий вопросы с баллами за работу в семестре). В ведомость (и зачётку) выставляется общая оценка за весенний семестр по курсу «Основы функционального анализа», определяемая следующим образом: «отлично» — если сумма баллов не меньше 500; «хорошо» — если сумма баллов от 300 до 499; «удовлетворительно» — если сумма баллов от 100 до 299; «неудовлетворительно» — если сумма баллов менее 100.

§3. Проведение пересдачи

(20) Пересдача проводится по тем же правилам и тем же билетам, что и основной экзамен.

(21) На пересдаче долг по задачам из заданий состоит из задач, не сданных в течение семестра и на основном экзамене.

§4. Особые ситуации

(22) При необходимости и наличии уважительной причины семинарист может продлить срок приёма заданий как всей группе (например, если из-за праздников пропало занятие и студенты ещё не решали в классе задачи, аналогичные задачам из задания), так и отдельному студенту (например, в случае его продолжительной

болезни или командировки для участия в студенческой олимпиаде). В любом случае продление срока должно быть согласовано с лектором.

(23) Все конфликтные, спорные и неоднозначные ситуации, возникающие при изучении курса «Основы функционального анализа», урегулирует лектор. Это касается как работы в семестре, так и сдачи экзамена и проведения пересдачи.

Правила аттестации студентов
по «Основам функционального анализа»
составил д.ф.-м.н., профессор В. А. Александров.
Они утверждены на заседании кафедры
высшей математики физического факультета.