

## II. Вопросы билетов (с доказательствами)

1. Лемма Римана-Лебега. Теорема о представлении кусочно-гладкой функции в точке интегралом Фурье.
2. Лемма Римана-Лебега. Преобразование Фурье абсолютно интегрируемых функций: ограниченность, непрерывность, асимптотическое поведение.
3. Интеграл Фурье, как предельная форма ряда Фурье.
4. Преобразование Фурье абсолютно интегрируемых функций: свойства подобия, запаздывания и смещения. Преобразование Лапласа: свойства подобия, запаздывания и смещения.
5. Неравенство Бесселя. Задача о наилучшем приближении тригонометрическими многочленами.
6. Преобразование Фурье от производной функции. Дифференцирование преобразования Фурье.
7. Коэффициенты Фурье для производной функции. Равномерная сходимости рядов Фурье.
8. Дифференцирование рядов Фурье. Интегрирование рядов Фурье.
9. Равенство Ляпунова для рядов Фурье и равенство Парсеваля для преобразования Фурье.
10. Явление Гиббса на примере функции  $\operatorname{sgn} x$ .
11. Свёртка функций. Преобразование Фурье от свёртки абсолютно интегрируемых функций. Преобразование Лапласа от свёртки оригиналов.
12. Фильтрующие свойства свёртки: приближение непрерывных функций дифференцируемыми.
13. Преобразование Фурье быстро убывающих функций. Равенство Парсеваля. Прямое и обратное преобразование Фурье от свёртки и произведения для быстро убывающих функций.
14. Преобразование Лапласа: оригиналы и изображения, формула обращения, связь с теоремой о вычетах.
15. Преобразование Лапласа от производной (дифференцирование и интегрирование оригиналов).
16. Производная от преобразования Лапласа (дифференцирование и интегрирование изображений). Аналитичность изображения.
17. Применение преобразования Лапласа к решению начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Резонанс.
18. Обобщенные функции.  $\delta$ -функция Дирака и примеры  $\delta$ -образующих последовательностей. Регулярные и сингулярные обобщённые функции. Линейная замена переменной в обобщённых функциях. Умножение обобщённых функций на бесконечно дифференцируемые. Свёртка обобщённых функций, пример, показывающий, что эта операция не ассоциативна.
19. Сходимость последовательности обобщённых функций, формулы Сохоцкого.
20. Дифференцирование обобщённых функций. Теорема о связи классической и обобщённой производных для кусочно-гладкой функции.

21. Фундаментальные решения дифференциальных уравнений. Фундаментальное решение линейного обыкновенного дифференциального уравнения. Частные решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
22. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста, формула Фурье. Дифференцирование и преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста.
23. Формула Пуассона для быстро убывающих функций. Формула Пуассона в пространстве обобщенных функций. Преобразование Фурье от функции отсчетов.
24. Дискретные прямое и обратное преобразование Фурье.
25. Принцип неопределённости.