

1.3.4 Преобразование Фурье в $\mathbb{R}^n$

Для абсолютно интегрируемой в $\mathbb{R}^n$ функции $f(x) = f(x_1, \dots, x_n)$ преобразование Фурье определяется как последовательное вычисление соответствующих интегралов по каждой переменной x_i :

$$\begin{aligned}\hat{f}(\omega) = \hat{f}(\omega_1, \dots, \omega_n) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega_n x_n} \dots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega_1 x_1} f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} e^{-i(\omega_1 x_1 + \dots + \omega_n x_n)} f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} e^{-i\omega \cdot x} f(x) dx.\end{aligned}$$

Обратное преобразование Фурье определяется по формуле

$$\check{f}(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\omega \cdot x} f(x) dx.$$