

1. *Формула Фурье.*

Для обобщённых функций медленного роста выполняется формула Фурье:

$$f(x) = F^{-1}F[f](x) = FF^{-1}[f](x).$$

Действительно, так как для быстро убывающих функций формула Фурье верна, то

$$\begin{aligned} (F^{-1}F[f](x), \varphi(x)) &= (F[f](\omega), F^{-1}[\varphi](\omega)) = \\ &= (f(x), FF^{-1}[\varphi](x)) = (f(x), \varphi(x)). \end{aligned}$$

2. *Формулы связи прямого и обратного преобразования Фурье.*

Если преобразование Фурье определено следующим образом

$$\hat{\varphi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)e^{-i\omega x}dx, \quad \check{\varphi}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)e^{i\omega x}dx,$$

то обратное преобразование Фурье выражается через прямое по формулам

$$\check{\varphi}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)e^{-i(-\omega)x}dx = \frac{1}{2\pi} \widehat{\varphi(x)}(-\omega),$$

или

$$\check{\varphi}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(-x)e^{-i\omega x}dx = \frac{1}{2\pi} \widehat{\varphi(-x)}(\omega).$$

Аналогичные формулы справедливы и для обобщённых функций медленного роста. Действительно, для функции $\varphi(\omega) \in S$

$$\begin{aligned} (\check{f}(\omega), \varphi(\omega)) &= (f(x), \check{\varphi}(x)) = \\ &= (f(x), \frac{1}{2\pi} \widehat{\varphi(\omega)}(-x)) = \\ &= (f(-x), \frac{1}{2\pi} \widehat{\varphi(\omega)}(x)) = (\frac{1}{2\pi} \widehat{f(-x)}(\omega), \varphi(\omega)), \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} (\check{f}(\omega), \varphi(\omega)) &= (f(x), \check{\varphi}(x)) = \\ &= (f(x), \frac{1}{2\pi} \widehat{\varphi(-\omega)}(x)) = \\ &= (\frac{1}{2\pi} \widehat{f(x)}(\omega), \varphi(-\omega)(x)) = (\frac{1}{2\pi} \widehat{f(x)}(-\omega), \varphi(\omega)). \end{aligned}$$