



Лекция 5
Звезды
ФФ НГУ, 2024

"You see, son, we are all made in
His Image."

Распределение энергии в спектре

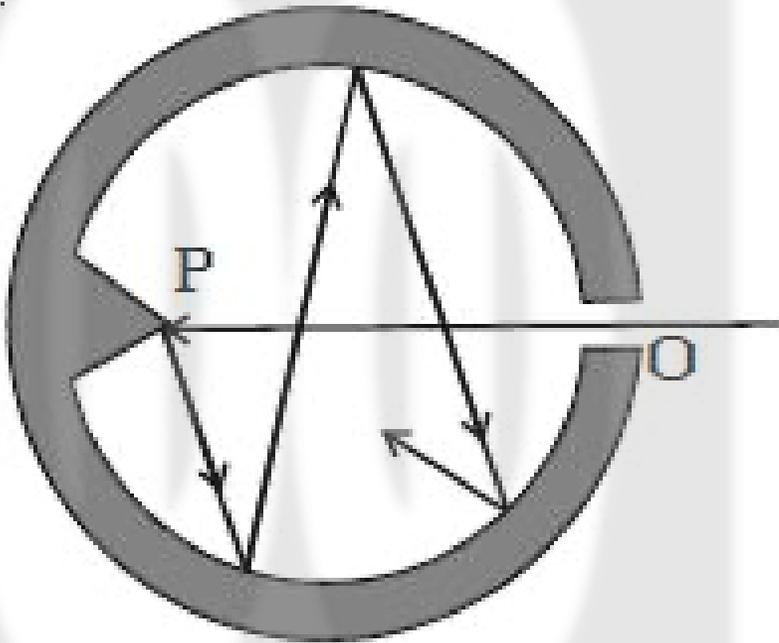
При вычислении и сравнении видимых звездных величин разных звезд неявно предполагалось, что распределение интенсивности излучения по длинам волн одинаковое для всех звезд.

$$m_2 - m_1 = -2.5 \lg \frac{L_2}{L_1}$$

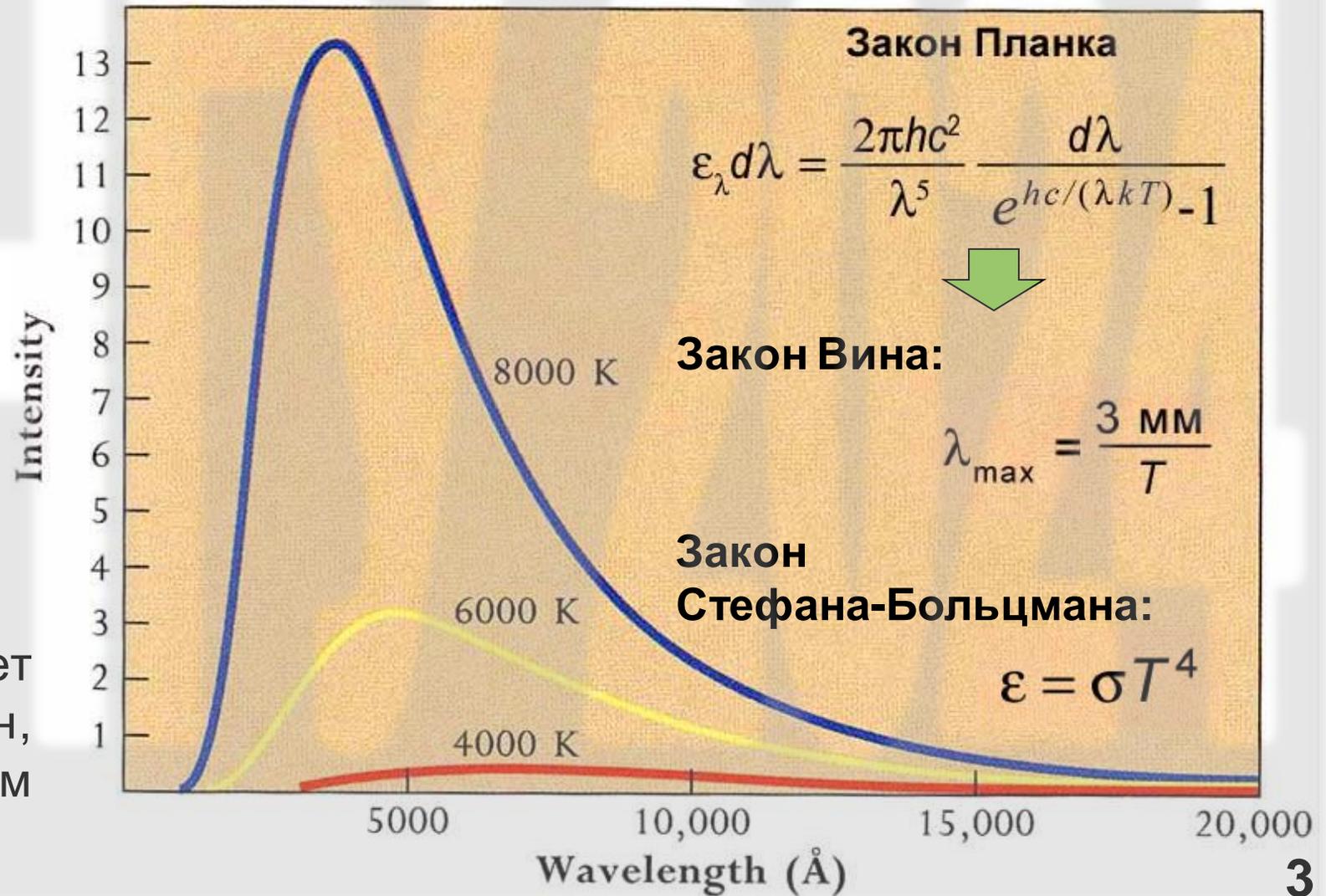


Абсолютно черное тело

Абсолютно черное тело (АЧТ) – объект, находящийся в термодинамическом равновесии и полностью поглощающий падающее на него ЭМ излучение независимо от длины волны и угла падения.



Абсолютно черное тело излучает непрерывный спектр ЭМ волн, распределение энергии в котором зависит только от температуры.

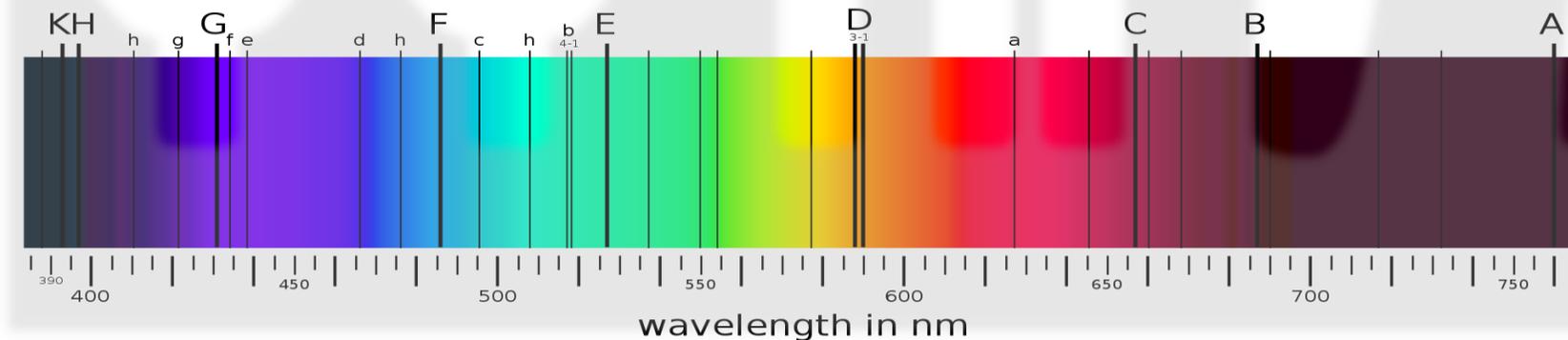
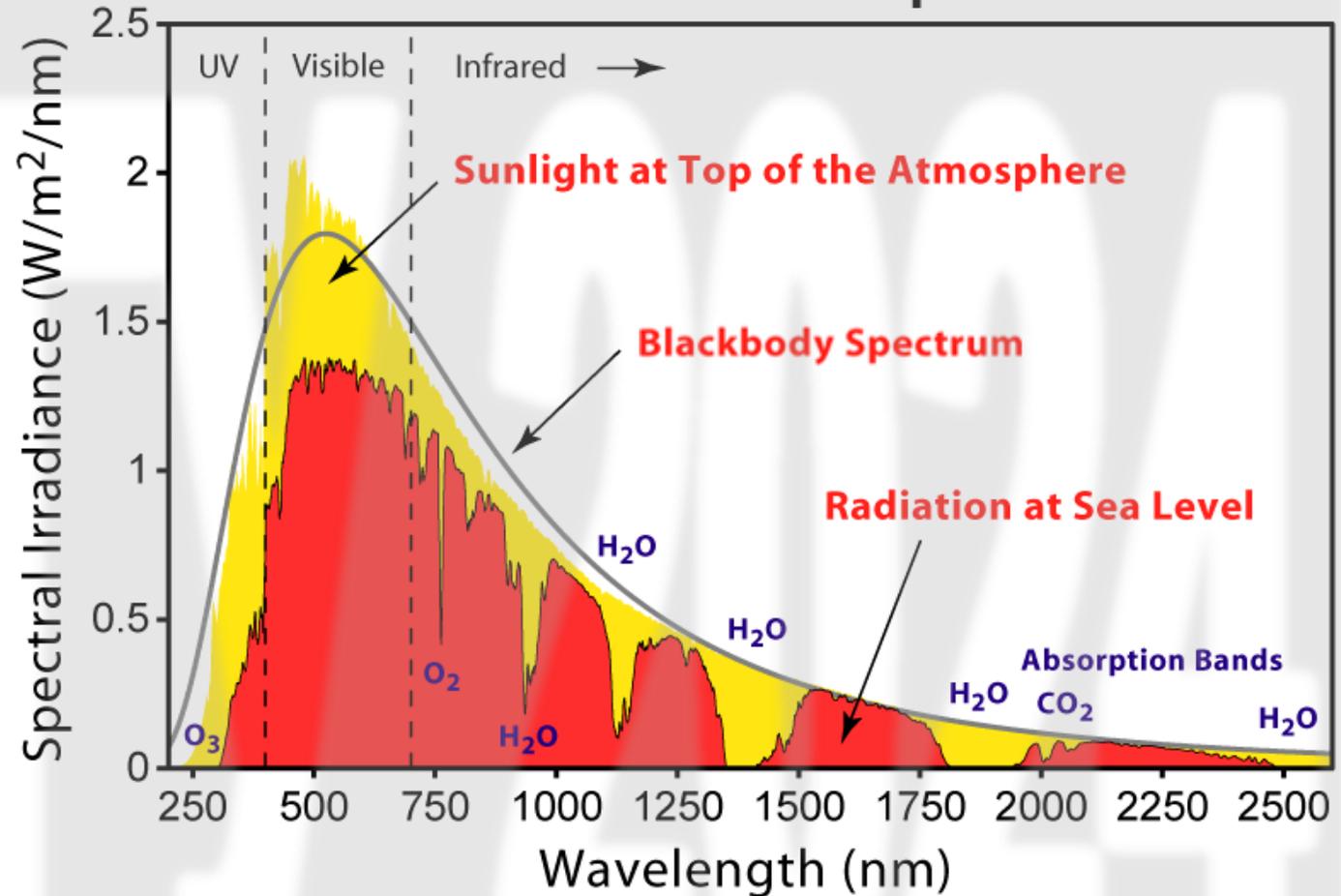


Спектр Солнца

Спектр Солнца (и значительной части звезд) с достаточной точностью можно считать спектром АЧТ.

При более детальном изучении солнечного спектра в видимом диапазоне У. Волластон в 1802 и Й. Фраунгофер в 1814 обнаружили, что при некоторых частотах интенсивность излучения сильно падает (линии поглощения).

В 1860-х стало понятно, что положение линий определяется химическим составом.



С внедрением в астрономию фотографии, стало возможным изучать спектры других звезд.

Типы спектров

Hot Source
(Star)

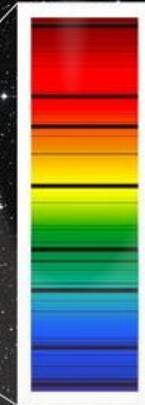
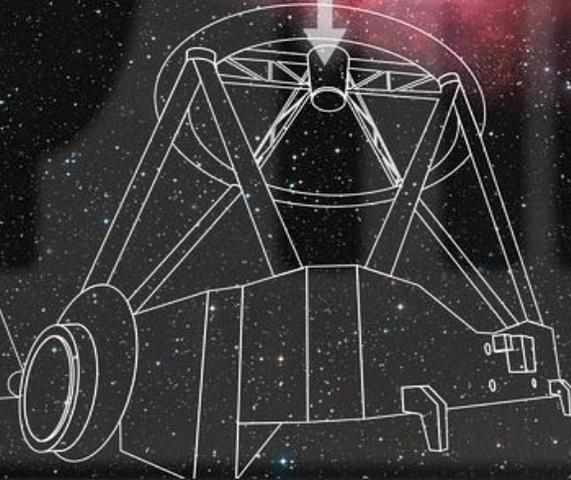
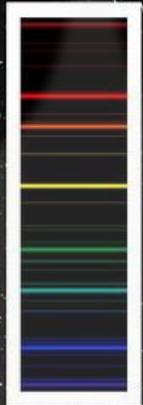
Continuous Spectrum



Gas
(Nebula)

Emission Spectrum

Absorption Spectrum



Спектр водорода

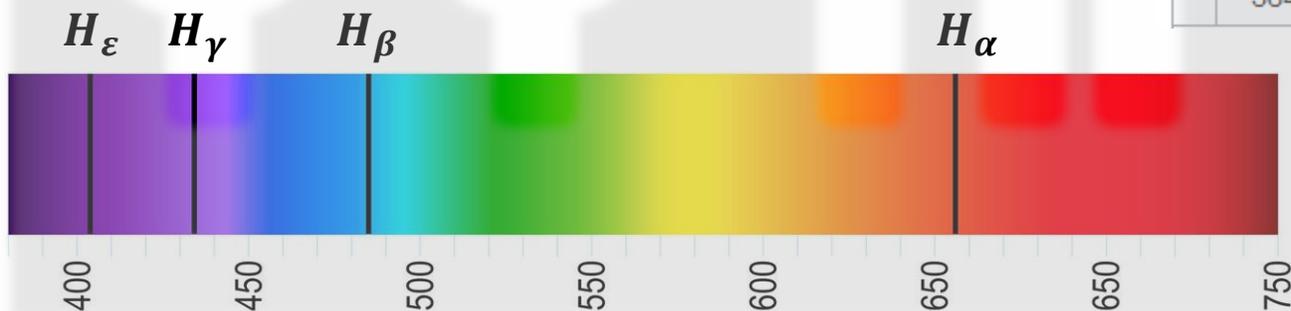
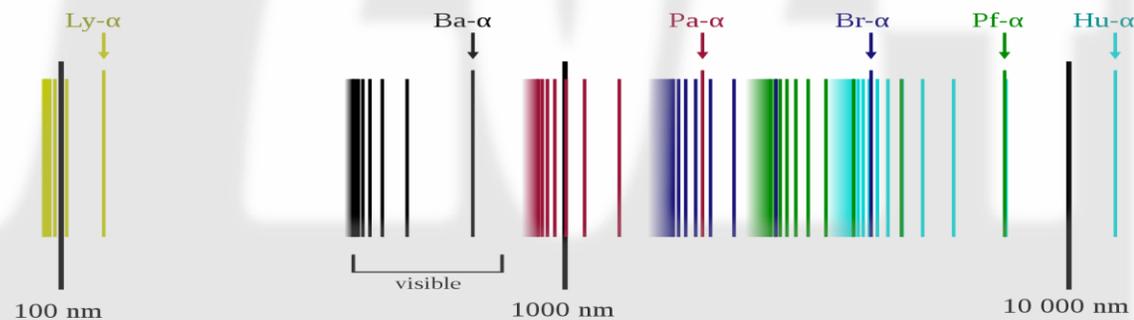
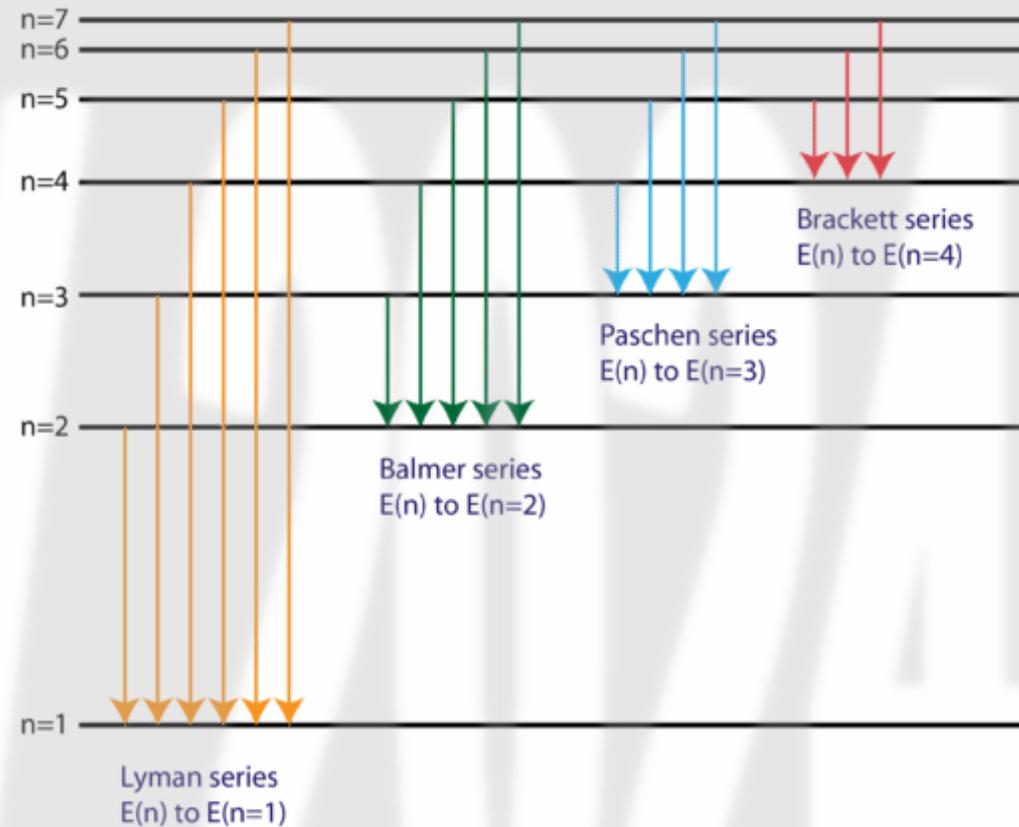
Поскольку водород – основной элемент звезд, как правило наиболее выраженными являются линии поглощения водорода. Энергия перехода в атоме водорода между уровнями с главными квантовыми числами n и m :

$$E_{nm} = Ry \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

$Ry = 13.6$ эВ – постоянная Ридберга.

Из всех возможных комбинаций, в видимом диапазоне спектра лежат переходы с уровня $n=2$ на более высокие уровни $m>2$ (серия Бальмера).

n	λ , air (nm)
3	656.3
4	486.1
5	434.0
6	410.2
7	397.0
∞	364.6



Спектры звезд

61 Cyg A

β Vir

Coma T60

HD 36936

16 Cyg A

γ Uma

HD 95735

HD 36865

78 Uma

HD 37129

Coma T 183

61 Cyg b

45 Boo

σ Dra

β Com

61 Uma

HD 46149

HD 109011

Уже в 1860-х – 1870-х годах были предприняты первые попытки (А. Секки) классификации звезд по их спектральным особенностям.

В начале 1900-х начались систематические измерения спектров для большого количества звезд. Огромное разнообразие звездных спектров сильно затруднило выявление каких-то закономерностей, поэтому их просто объединяли по степени схожести в группы, которые обозначали А, В, С, D, и т.д.

За основу классификации бралось наличие или отсутствие определенных спектральных линий и их интенсивность.

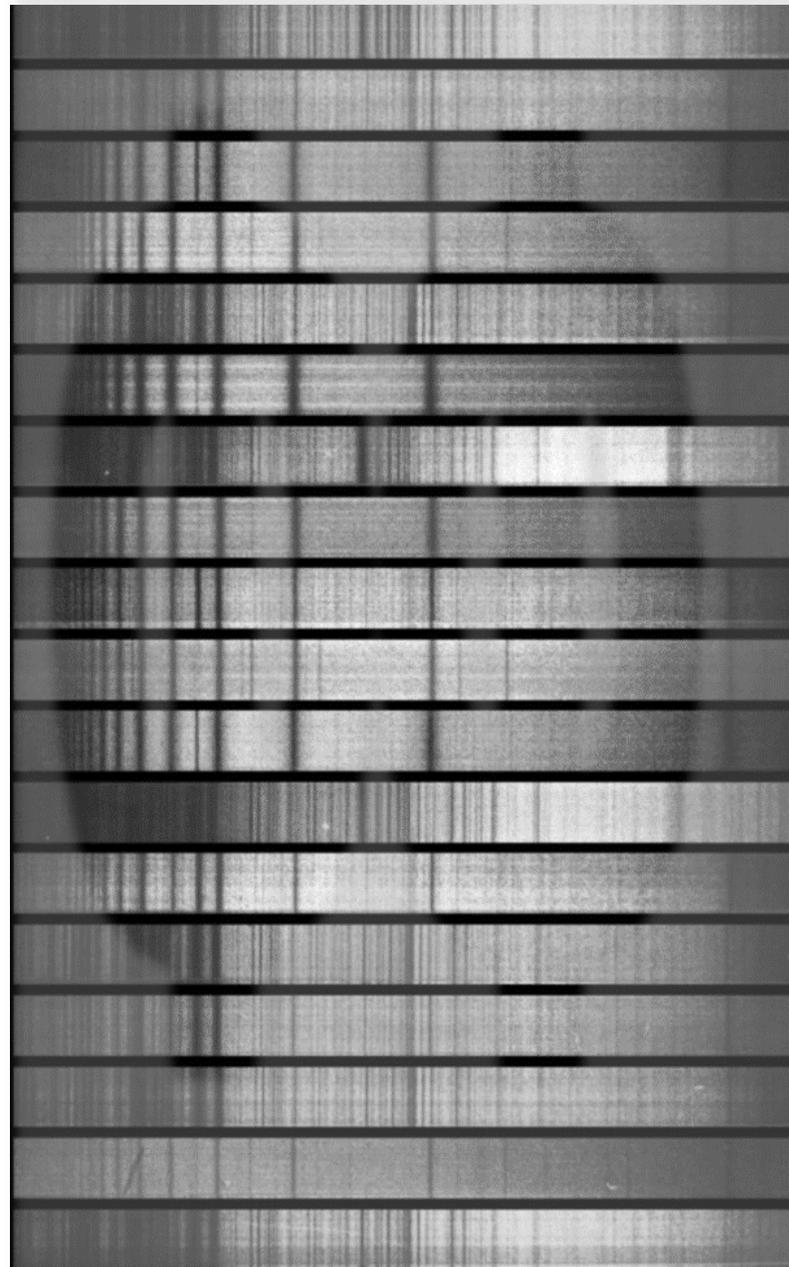
В дальнейшем классификация несколько раз менялась. В начале XX века стало понятно, что определяющим параметром является температура поверхности звезды.

Гарвардский «компьютер» Пиккеринга

Всего за время работы «компьютера» было проанализировано спектров для более 300,000 звезд и была создана современная классификация! Кроме того, было сделано множество других важнейших открытий, о которых мы будем говорить позднее.

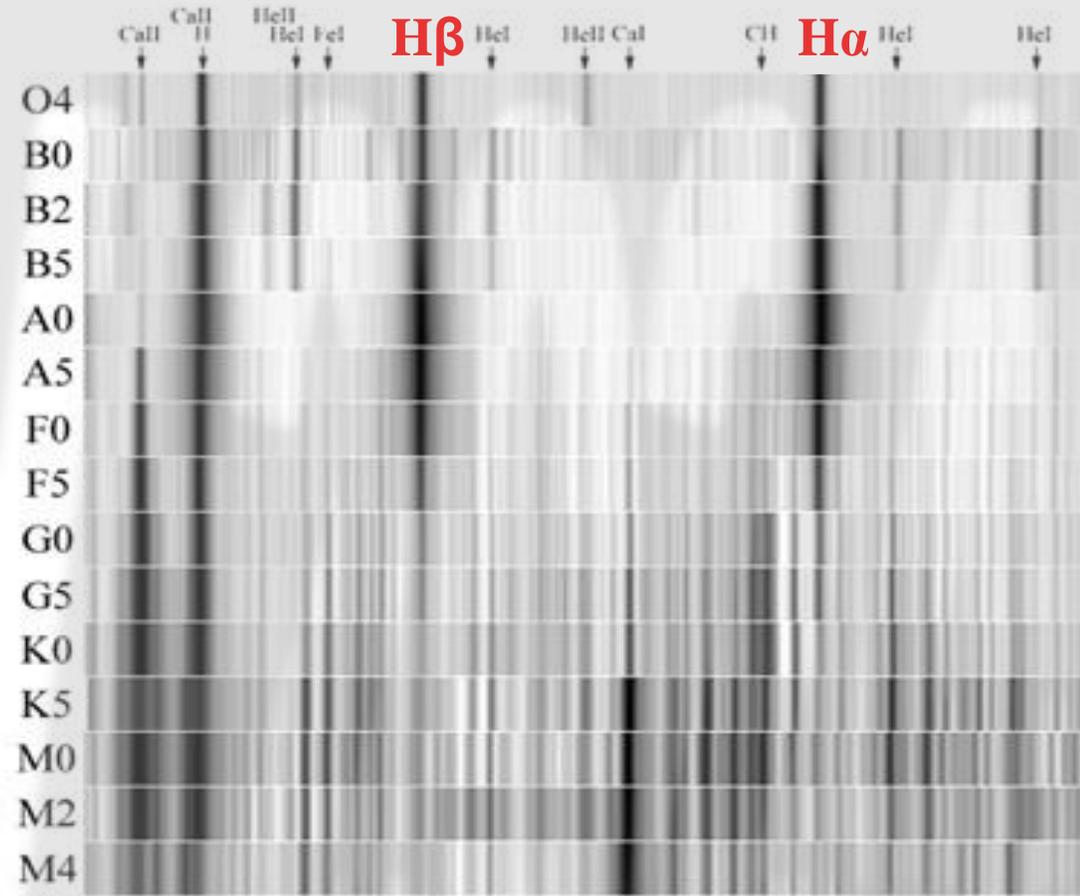
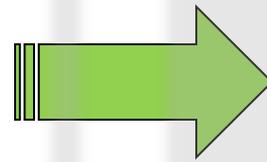


Спектральная классификация звезд



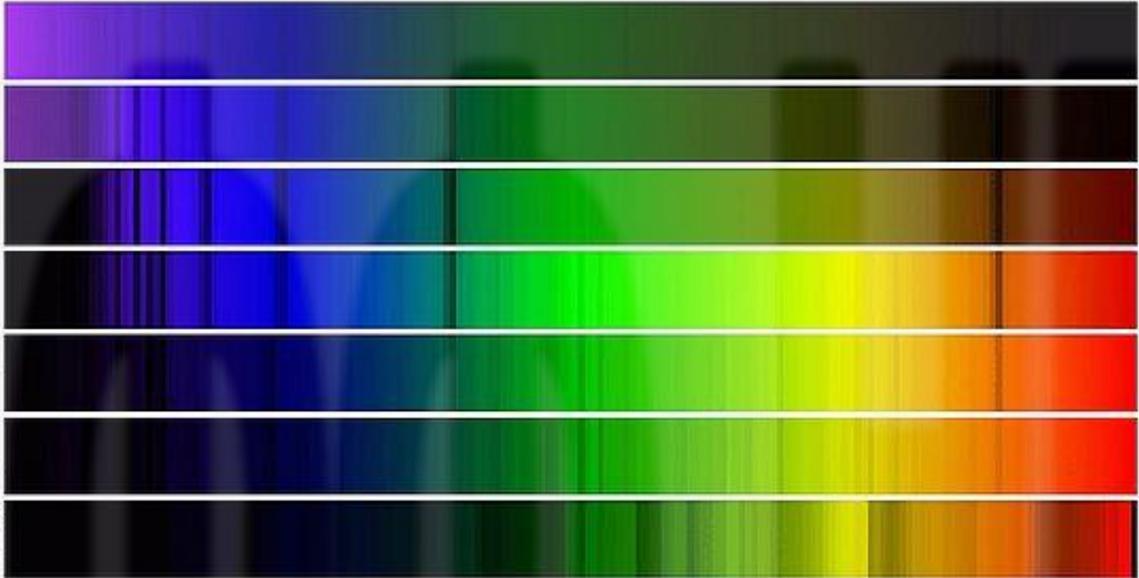
61 Cyg A
 β Vir
Coma T60
HD 36936
16 Cyg A
 γ Uma
HD 95735
HD 36865
78 Uma
HD 37129
Coma T 183
61 Cyg b
45 Boo
 σ Dra
 β Com
61 Uma
HD 46149
HD 109011

ANNIE JUMP CANNON



В своем окончательном виде система спектральной классификации звезд была разработана Энни Кэннон (Annie Jump Cannon), и в 1922 она году утверждена Международным астрономическим союзом (современная гарвардская классификация).

Спектральная классификация звезд



The diagram shows seven horizontal color bands corresponding to spectral classes O, B, A, F, G, K, and M. The colors transition from blue for O, through white and yellow, to red for M. The bands are labeled with their respective spectral class letters on the left.

Class	Temperature	Apparent color	Hydrogen lines	Other noted spectral features
O	$\geq 30,000$ K	blue	Weak	ionized helium lines
B	10,000–30,000 K	blue white	Medium	neutral helium
A	7,500–10,000 K	white to blue white	Strong	ionized calcium (weak)
F	6,000–7,500 K	white	Medium	ionized calcium (weak)
G	5,200–6,000 K	yellowish white	Weak	ionized calcium (medium)
K	3,700–5,200 K	yellow orange	Very weak	ionized calcium (strong)
M	$\leq 3,700$ K	orange red	Very weak	Titanium oxide lines

Спектральные классы O, B, A часто называют «**ранними**», а классы G, K, M – «**поздними**». Такая терминология сохранилась со времен Кельвина и Гельмгольца, когда считалось, что источником энергии звезд является гравитационное сжатие и в процессе эволюции звезда остывает, постепенно меняясь от более горячей к более холодной.

В дальнейшем ввели более детальное деление каждого класса на 10 подклассов, которые обозначаются индексом от 0 до 9, где 0 – более горячий, чем 1 и так далее. **Солнце относится к классу G2.**

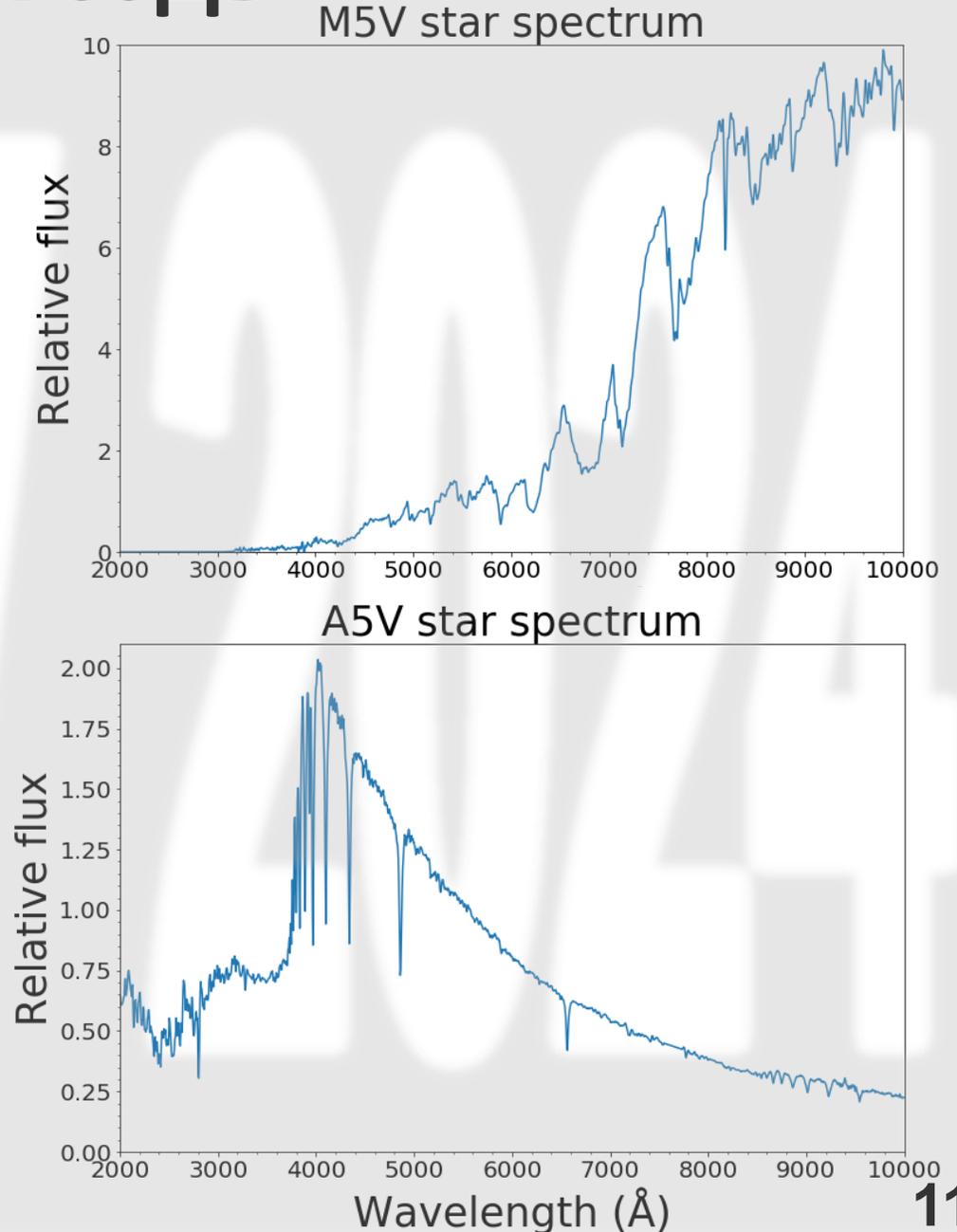
Температура звезды

Однако, как для более «горячих», так и более «холодных» звезд спектры существенно отличаются от спектра АЧТ. Удобно определить эффективную температуру:

Эффективная температура – температура АЧТ, при которой мощность излучение с единицы площади АЧТ равна наблюдаемой мощности излучения с единицы поверхности звезды.

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{эфф}}^4$$

Эффективная температура Солнца 5778 К. Далее всегда будет подразумеваться эффективная температура.



Уравнение Больцмана

Как известно из статистической физики, вероятность того, что в равновесном состоянии при температуре T система находится в возбужденном состоянии с энергией E_k , равна:

$$p_k = g_k \frac{1}{Z} e^{-\frac{E_k}{k_B T}}$$

где:

- Z – статистическая сумма,
- k_B – постоянная Больцмана,
- g_k – статистический вес k – го состояния.

Вычислительный пример

Пусть, для простоты, звезда на 100% состоит из водорода при температуре T .
Определить долю атомов, находящихся на первом возбужденном уровне.

$$E_k = -\frac{Ry}{k^2}$$

$$Ry = 13.6 \text{ эВ}$$

$$g_k = 2k^2$$

Тогда отношение числа атомов n_2 в первом возбужденном состоянии к числу атомов n_1 в основном состоянии равно:

$$r_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}} = 4e^{-\frac{3Ry}{4k_B T}}$$

$$\frac{n_2}{n_1 + n_2} = \frac{r_{21}}{1 + r_{21}}$$

и для Солнца, при $T_{\odot} = 5800$, получаем: $r_{21} \approx 5 \times 10^{-9}$.

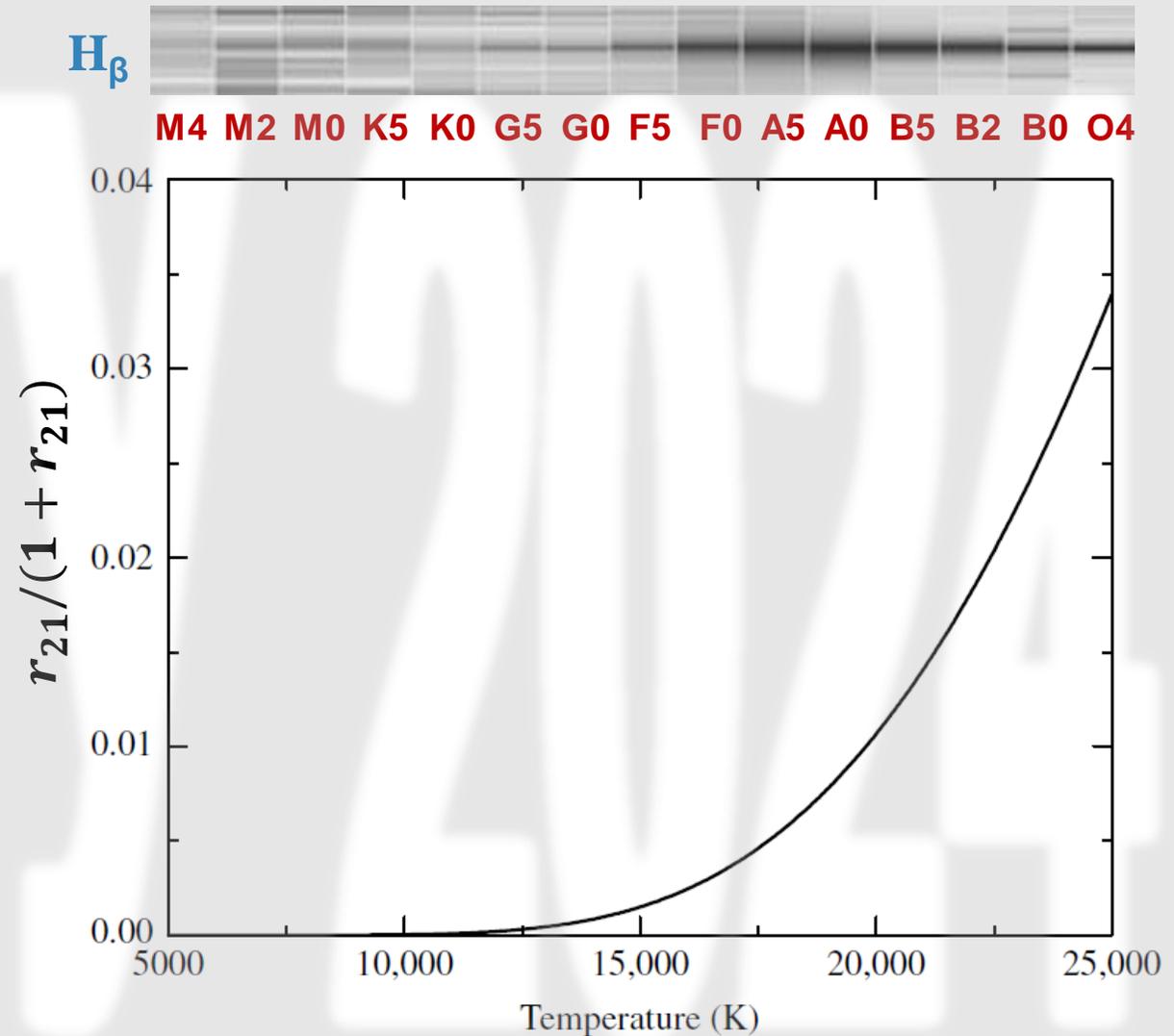
Вычислительный пример

Но отношение n_2/n монотонно растет с ростом температуры!

Температура, при которой $n_2 = n_1$:

$$1 = 4e^{-\frac{3Ry}{4k_B T}} \quad T = \frac{3Ry}{4k_B \ln(4)} \approx 85000K$$

Это противоречит наблюдениям, где мы видим, что для (более горячих) звезд спектральных классов В и О интенсивность линий серии Бальмера падает!



Полученное противоречие является следствием того, что мы не учитывали вероятность ионизации атома водорода.

Уравнение Саха

Относительная доля атомов некоторого вещества при температуре T , находящихся двух состояниях ионизации: $i + 1$ и i определяется уравнением Саха (Meghnad Saha, 1920).

$$\frac{n_{i+1}n_e}{n_i} = \frac{2g_{i+1}}{g_i} \left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\epsilon}{k_B T}}$$

где:

- m_e – масса электрона;
- h – постоянная Планка;
- ϵ – энергия ионизации из i в $i + 1$;
- n_e – концентрация свободных электронов;
- n_i – концентрация ионов типа i ;
- n_{i+1} – концентрация ионов типа $i + 1$;
- g_i и g_{i+1} – статистические веса.

Атомарное состояние некоторого химического элемента A в нейтральном состоянии обозначается как $A I$, в однократно ионизованном состоянии $A II$, и так далее.

Вычислительный пример

Пусть, для простоты, звезда на 100% состоит из водорода при температуре T .
Определить долю ионизированных атомов.

Для водорода $n_i = n_I$, $n_{i+1} = n_{II}$, $g_I = 2$, $g_{II} = 1$ и уравнение Саха запишется в виде:

$$\frac{n_{II}n_e}{n_I} = \frac{Xn_e}{1-X} = \left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{Ry}{k_B T}}$$

$$X = \frac{n_{II}}{n_I + n_{II}}$$

$$n = n_I + n_{II}$$

$$P_e = n_e k_B T$$

Выражая n_e из уравнения состояния идеального газа:

получим:

$$\frac{X}{1-X} = \frac{k_B T}{P_e} \left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{Ry}{k_B T}}$$

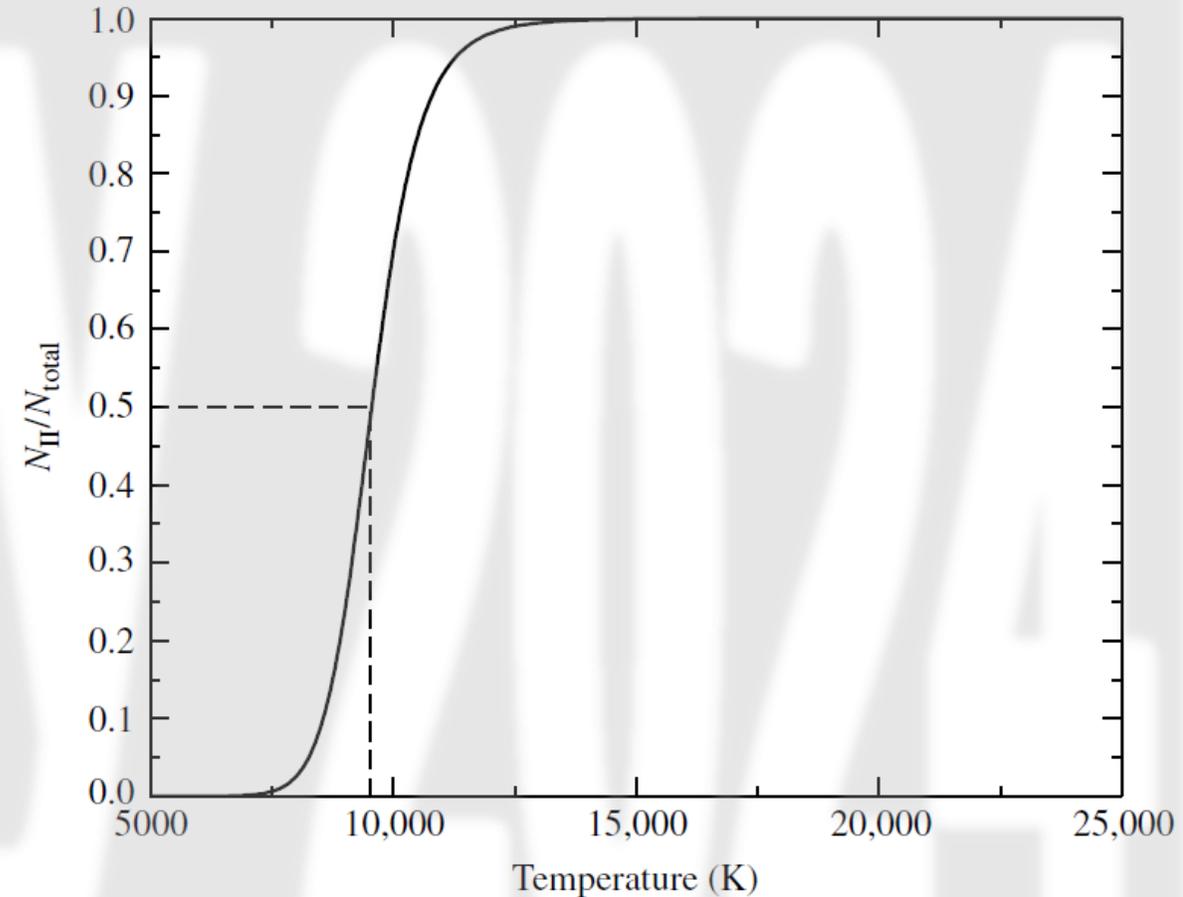
Вычислительный пример

Давление электронов в фотосфере звезд меняется от $P_e \approx 0.1$ Па для холодных, до ≈ 100 Па для горячих. Пусть $P_e \approx 20$ Па.

Тогда, принимая $X = 1/2$ (то есть ионизирована половина атомов), из уравнения Саха получаем, что такое состояние достигается уже при $T \approx 9600$ К!

Для Солнца $T_{\odot} \approx 5800$ К и $P_e \approx 1.5$ Па. Тогда доля ионизированного водорода $X \approx 8 \times 10^{-5}$.

Такой контринтуитивный результат является следствием большого статистического веса для свободных электронов.



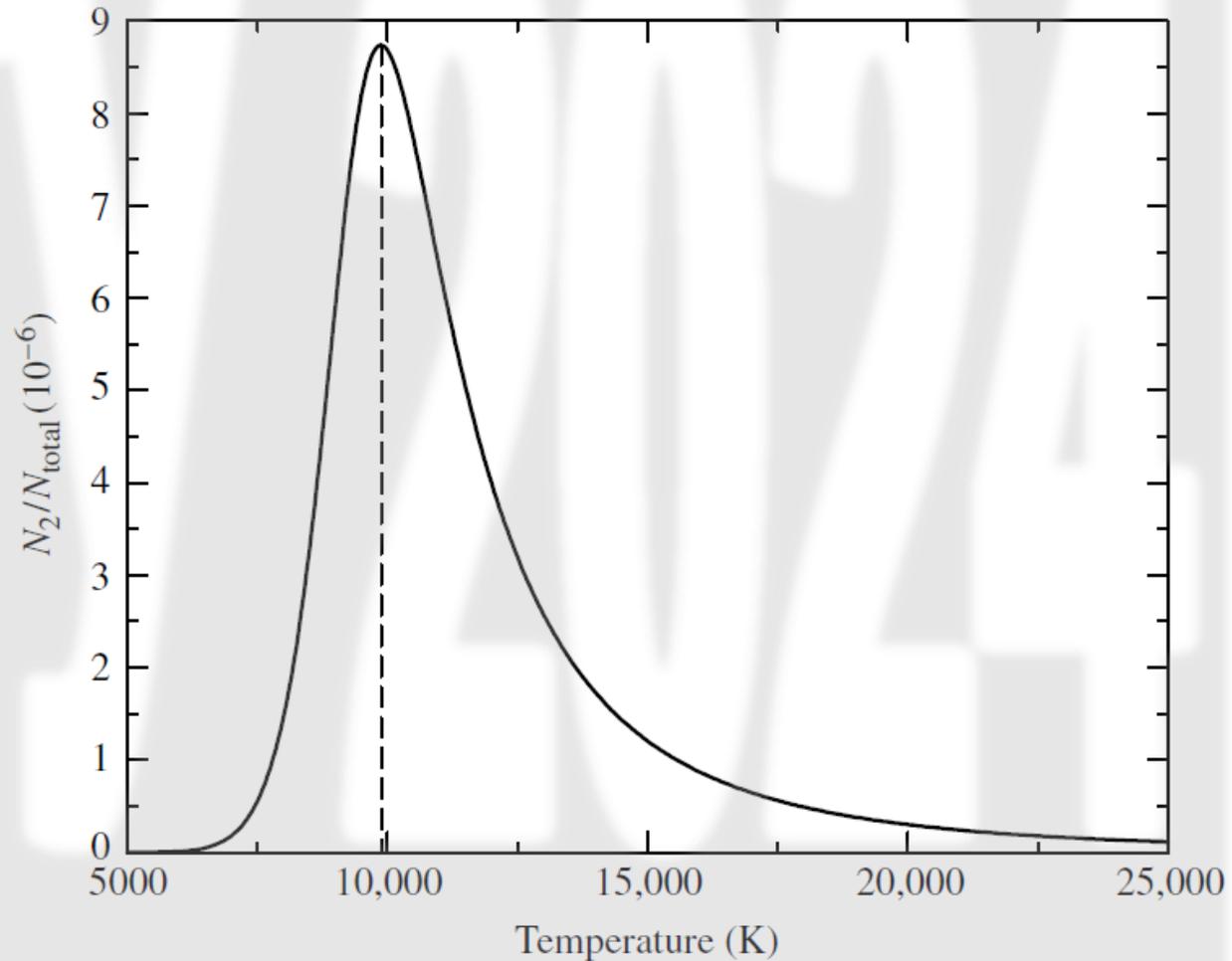
Вычислительный пример

Вычислим еще раз долю (от всех, ионизированных и нейтральных) атомов водорода в первом возбужденном состоянии.

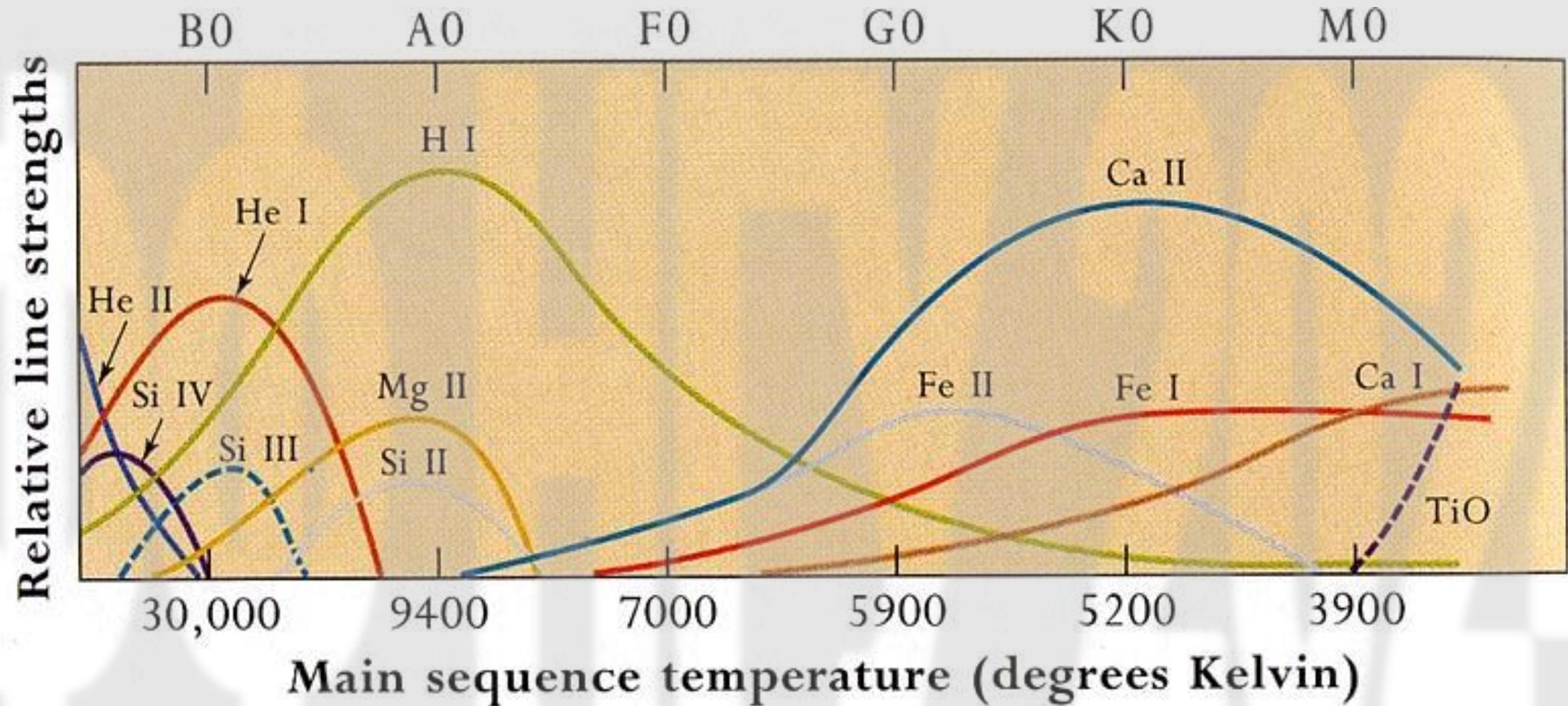
$$\frac{n_2}{n} = \frac{n_2}{n_I} \frac{n_I}{n_I + n_{II}} = \frac{r_{21}}{1 + r_{21}} (1 - X)$$

Теперь это выражение, как функция температуры, имеет **максимум** при $T \approx 10000$ К.

При этом в первом возбужденном состоянии находится всего около 10^{-5} от полного числа атомов водорода.

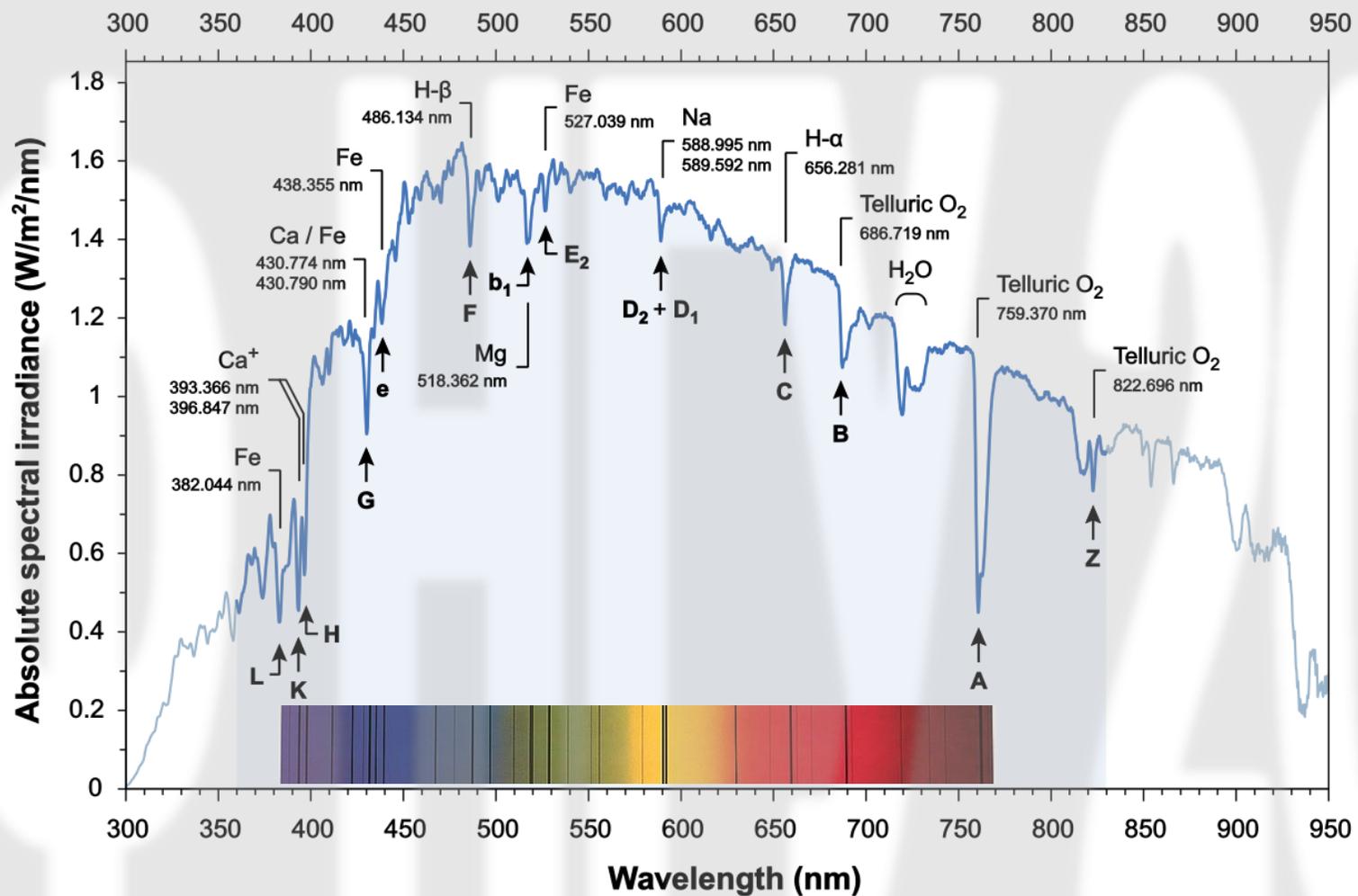


Спектры звезд



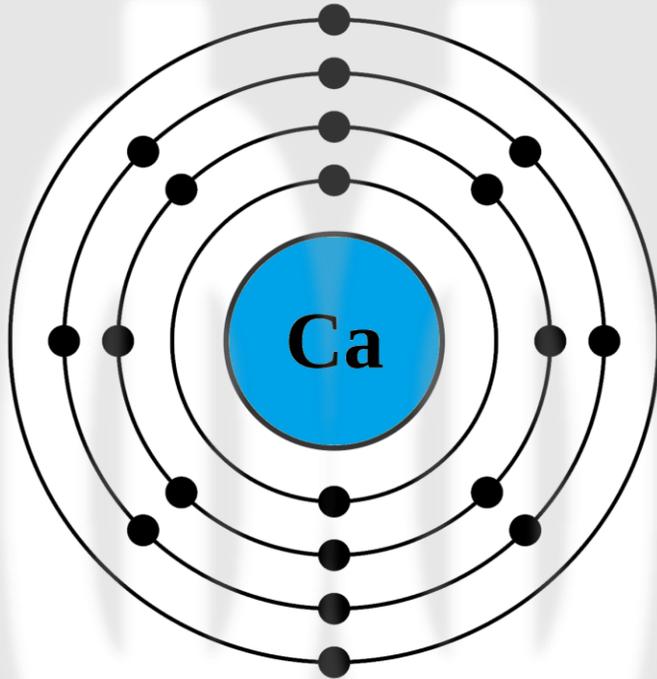
Атомарное состояние некоторого химического элемента A в нейтральном состоянии обозначается как $A I$, в однократно ионизованном состоянии $A II$, и так далее. Например $Ca II$ – однократно ионизованный кальций, $Fe XX$ – 19-кратно ионизованное железо.

Спектр Солнца



В спектре Солнца ($T_{\odot} \approx 5800$ K) наблюдаются линии поглощения кальция Ca II (линии Фраунгофера K и H), интенсивности которых сравнима с линиями водорода серии Бальмера. Означает ли это, что в Солнце кальций составляет существенную долю массы?

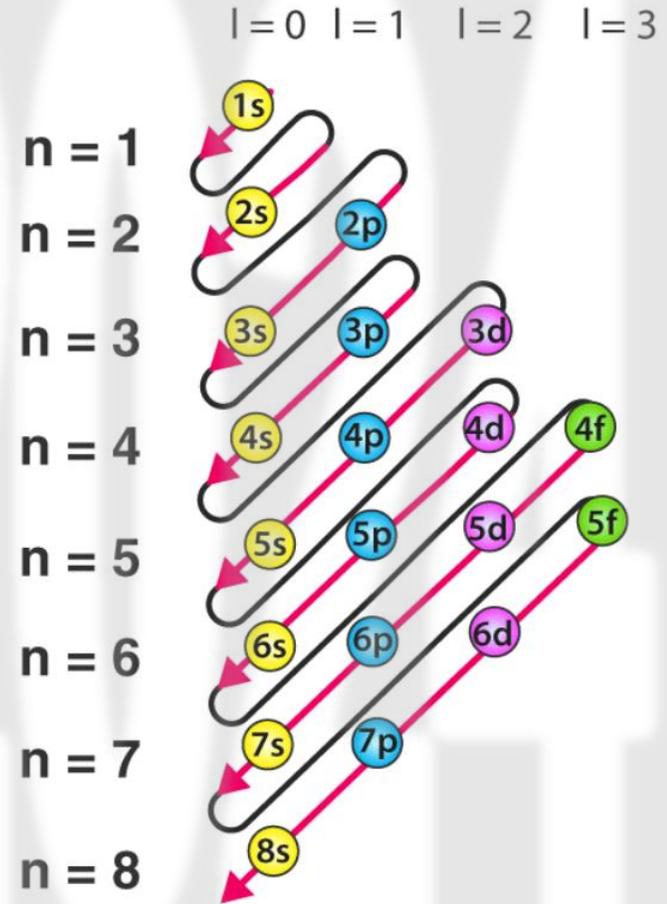
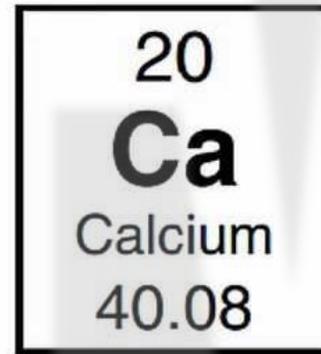
Структура атома кальция



s holds up to 2

p holds up to 6

d holds up to 10



$$\Delta E = \frac{E_n (Z\alpha)^2}{n} \left(\frac{1}{j + 1/2} - \frac{3}{4n} \right)$$

Тонкая структура – частичное снятие вырождения по орбитальному моменту.

Последние два электрона в атоме кальция находятся уровне 4S. При однократной ионизации, ион кальция «похож» на водород.

Вычислительный пример

Определить долю атомов кальция, находящихся в однократно ионизированном состоянии на поверхности Солнца ($T_{\odot} = 5800$ К). Энергия ионизации для нейтрального кальция составляет $\epsilon = 6.11$ эВ.

Статистические веса для кальция равны $g_I = 1.32$ и $g_{II} = 2.30$ (из таблиц).

Из уравнения Саха получаем, что при температуре фотосферы Солнца, в ионизованном состоянии находится доля X_{Ca} атомов кальция:

$$\frac{X_{Ca}}{1 - X_{Ca}} = \frac{k_B T}{P_e} \frac{2g_{II}}{g_I} \left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\epsilon}{k_B T}} \longrightarrow X_{Ca}(T_{\odot}) \simeq 0.996$$

На поверхности Солнца практически весь кальций находится в однократно ионизированном состоянии.

Вычислительный пример

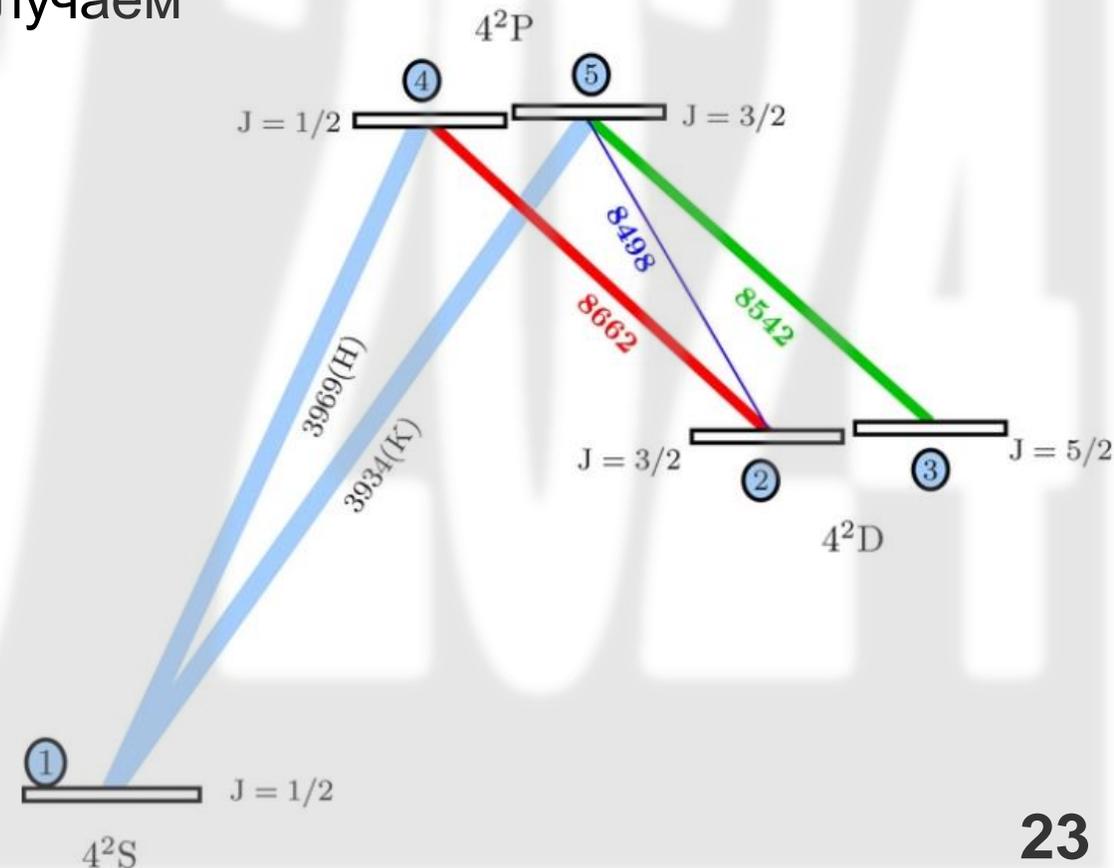
Определить долю атомов кальция на поверхности Солнца, находящихся в первом возбужденном состоянии, соответствующем линии поглощения Фраунгофера К.

Возбужденное состояние для линии К имеет энергию $E_2 - E_1 = 3.12$ эВ ($\lambda = 393.4$ нм), $g_1 = 2$ и $g_2 = 4$. Тогда Из уравнения Больцмана получаем

$$\frac{n_K}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}} = 3.8 \times 10^{-3}.$$

То есть практически все атомы Са II находятся в основном состоянии и способны поглотить фотон соответствующий линии К.

При этом лишь доля 5×10^{-9} атомов водорода находятся в первом возбужденном состоянии и способны поглотить фотон серии Бальмера.



Вывод

В спектре Солнца ($T_{\odot} \approx 5800$ K) наблюдаются линии поглощения кальция Ca II (линии Фраунгофера K и H), интенсивности которых сравнима с линиями водорода серии Бальмера. Означает ли это, что в Солнце кальций составляет существенную долю массы?

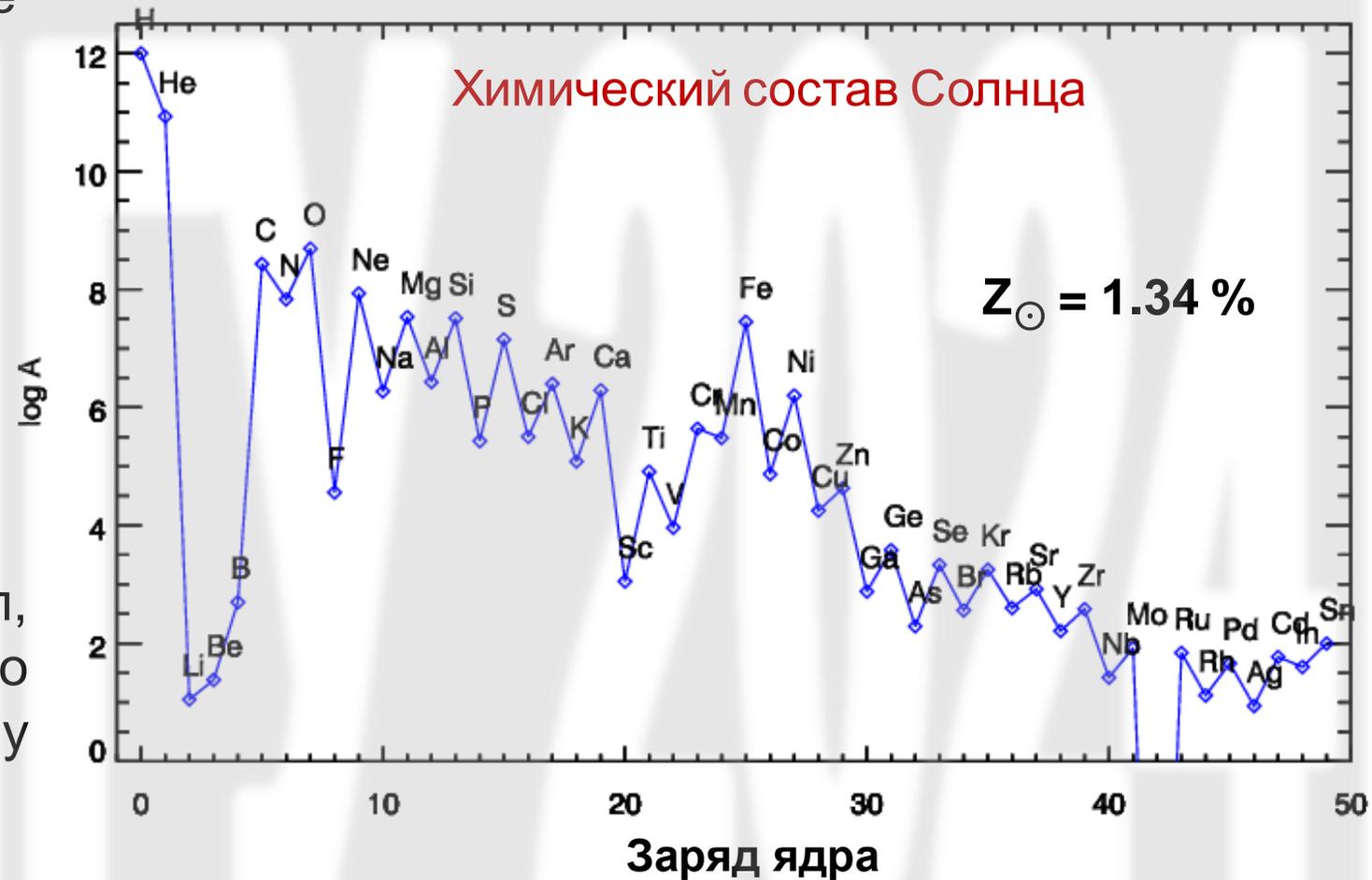
Высокая интенсивность линий поглощения кальция (и других «тяжелых» элементов) НЕ связана с их высоким содержанием в составе звезд!

Химический состав звезд

Все химические элементы в астрофизике делятся на три группы:

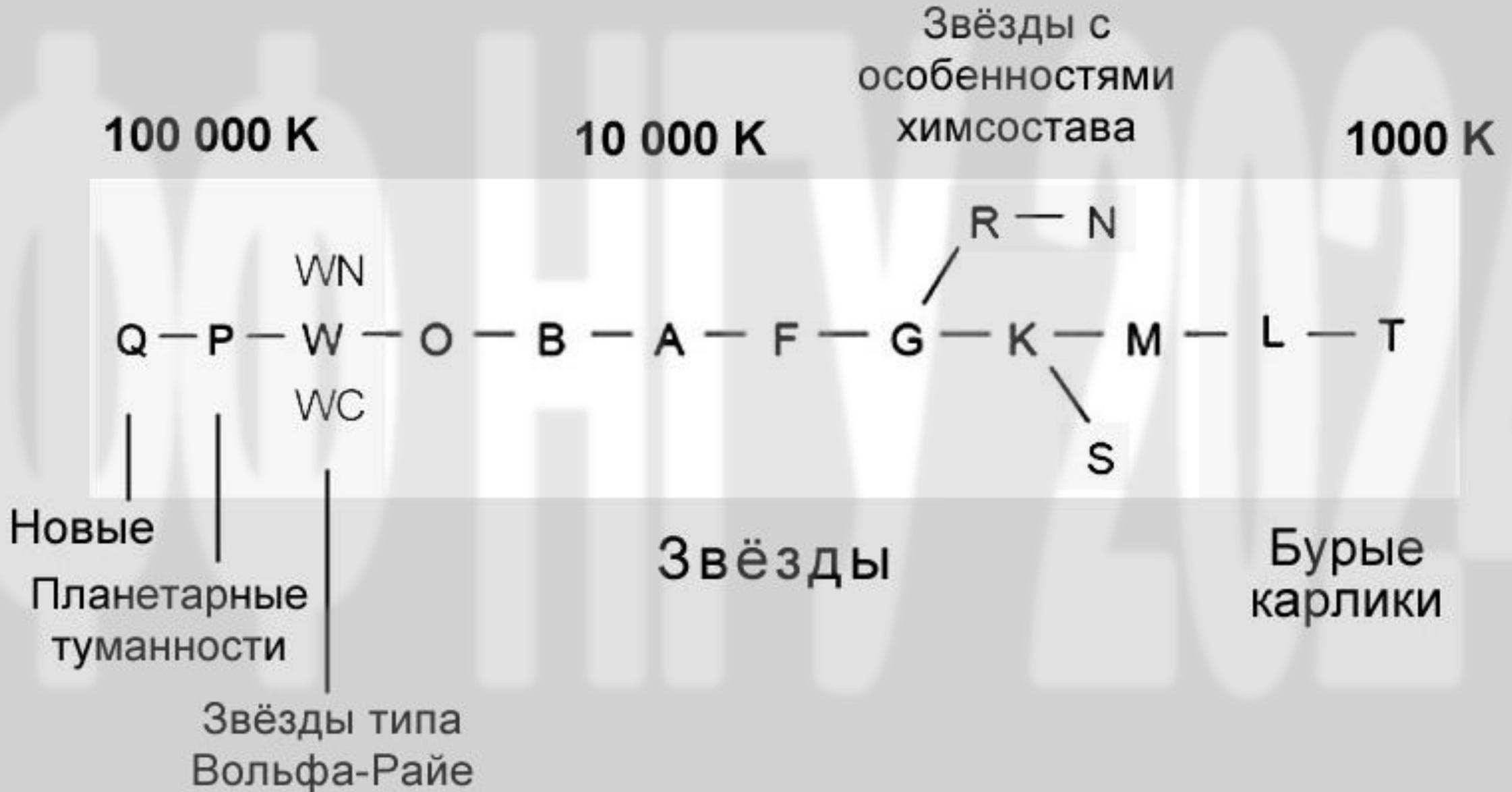
- 1) X – водород, ~74% (по массе)
- 2) Y – гелий, ~24%
- 3) Z – все остальные элементы, $\lesssim 3\%$.

Вклад элементов тяжелее гелия мал, но в некоторых случаях существенно влияет на характеристики и динамику системы.



Все элементы тяжелее гелия в астрофизике называют «металлами», а их вклад в состав звезды – металличностью.

Гарвардская классификация+



Еще раз о звездной величине

Из рассмотренных особенностей спектральных характеристик звезд становится понятно, что введенное ранее определение звездной величины как

$$m_{bol} = m = -2.5 \log \left(\frac{L}{L_0} \right)$$

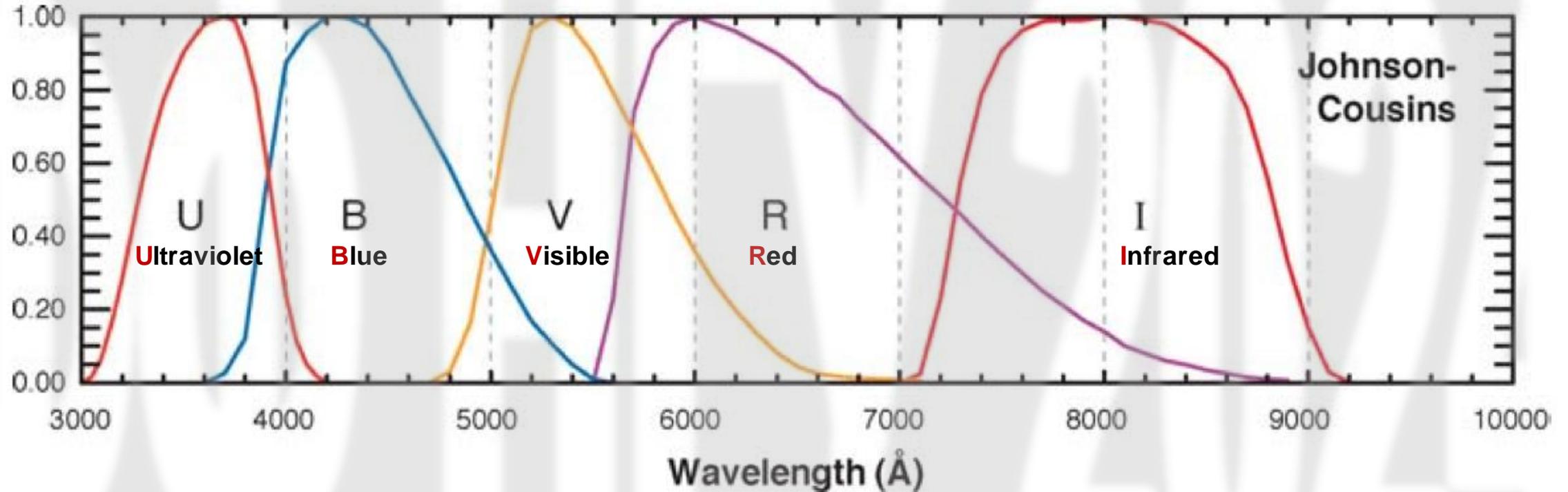
L_0 – светимость звезды Вега (α Lyr)
 $T_{эфф} \approx 9750$ К, спектральный класс **A0**

где L – **полная** светимость звезды, неудобно с практической точки зрения, поскольку измерения, как правило, проводятся в узком диапазоне спектра, который может сильно отличаться от спектра АЧТ. Так определенная звездная величина (т.е. для светимости во всем спектре ЭМ волн) называется **боллометрической** m_{bol} .

На практике чаще всего измеряется светимость (и звездная величина) в одном из **стандартных спектральных диапазонов** с использованием фотометрических фильтров.

Фотометрические стандарты

Фотометрических стандартов довольно много, но классическим является стандарт UBVRI:



Звездная величина, измеренная с помощью некоторого фильтра X определяется как:

$$X \equiv m_X = -2.5 \log \left(\frac{L_X}{L_{X0}} \right)$$

L_X — светимость звезды в диапазоне X

L_{X0} — светимость звезды Вега в диапазоне X

Показатель цвета

Так, в стандарте UBVRI получаем:

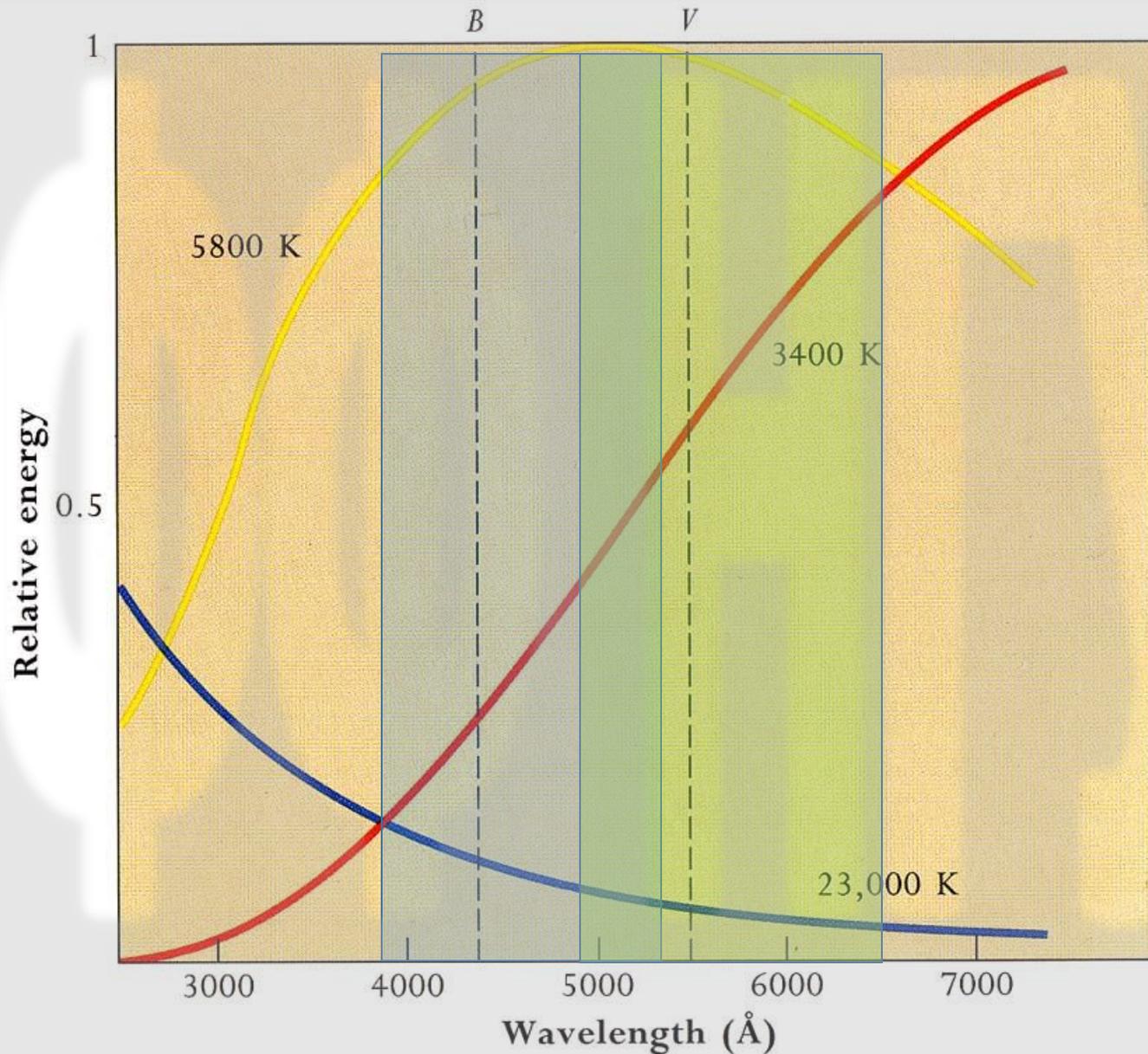
$$V \equiv m_V = -2.5 \log \left(\frac{L_V}{L_{V0}} \right) \qquad B \equiv m_B = -2.5 \log \left(\frac{L_B}{L_{B0}} \right)$$

Для всех фильтров звездная величина звезды Вега равна нулю.

Величина $X - Y$, измеренная с помощью двух фильтров, называется **показателем цвета**. В системе UBVRI чаще всего используется показатель цвета $B - V$.

Как правило, измерения, выполненные в других фотометрических стандартах, могут быть пересчитаны (и пересчитываются) в стандарт UBVRI. Измерения, проведенные во всех или нескольких фильтрах можно считать (очень) грубым измерением спектра, а значит использовать для спектральной классификации звезд.

Показатель цвета



$$B - V = 0$$

Начало отсчета, звезда Вега

$$B - V > 0$$

звезда более «**красная**»
(холодная), чем Вега

$$B - V < 0$$

звезда более «**голубая**»
(горячая), чем Вега

Показатель цвета

Измерение показателя цвета для звезд гораздо быстрее, проще и может быть проведено для более слабых звезд, чем измерения полного спектра.

Class	B-V	U-B	V-R	R-I	T_{eff} (K)
O5V	-0.33	-1.19	-0.15	-0.32	42,000
B0V	-0.30	-1.08	-0.13	-0.29	30,000
A0V	-0.02	-0.02	0.02	-0.02	9,790
F0V	0.30	0.03	0.30	0.17	7,300
G0V	0.58	0.06	0.50	0.31	5,940
K0V	0.81	0.45	0.64	0.42	5,150
M0V	1.40	1.22	1.28	0.91	3,840

Приближенная аппроксимация:

$$T_{\text{эфф}} \approx 1000 + \frac{5000}{B - V + 0.5}$$

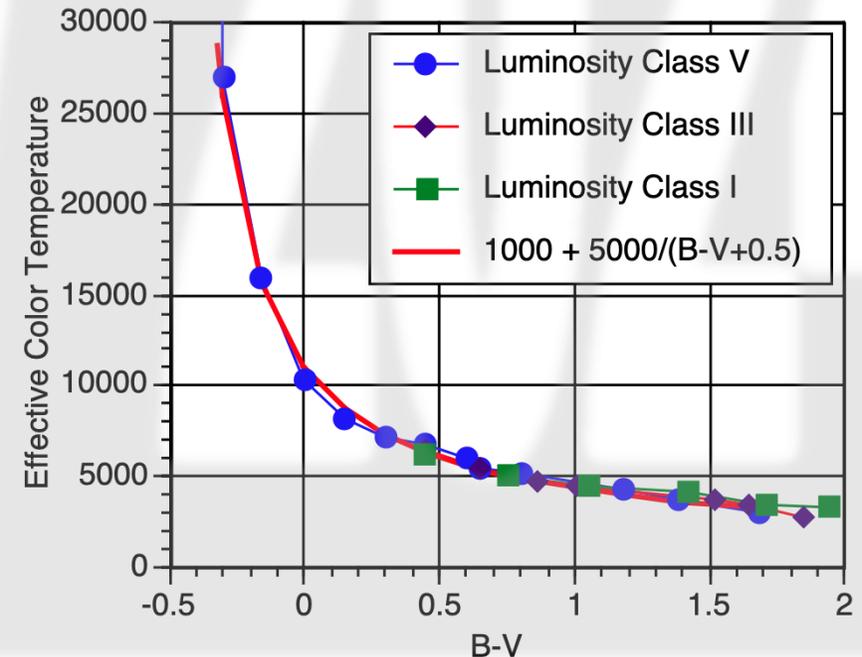
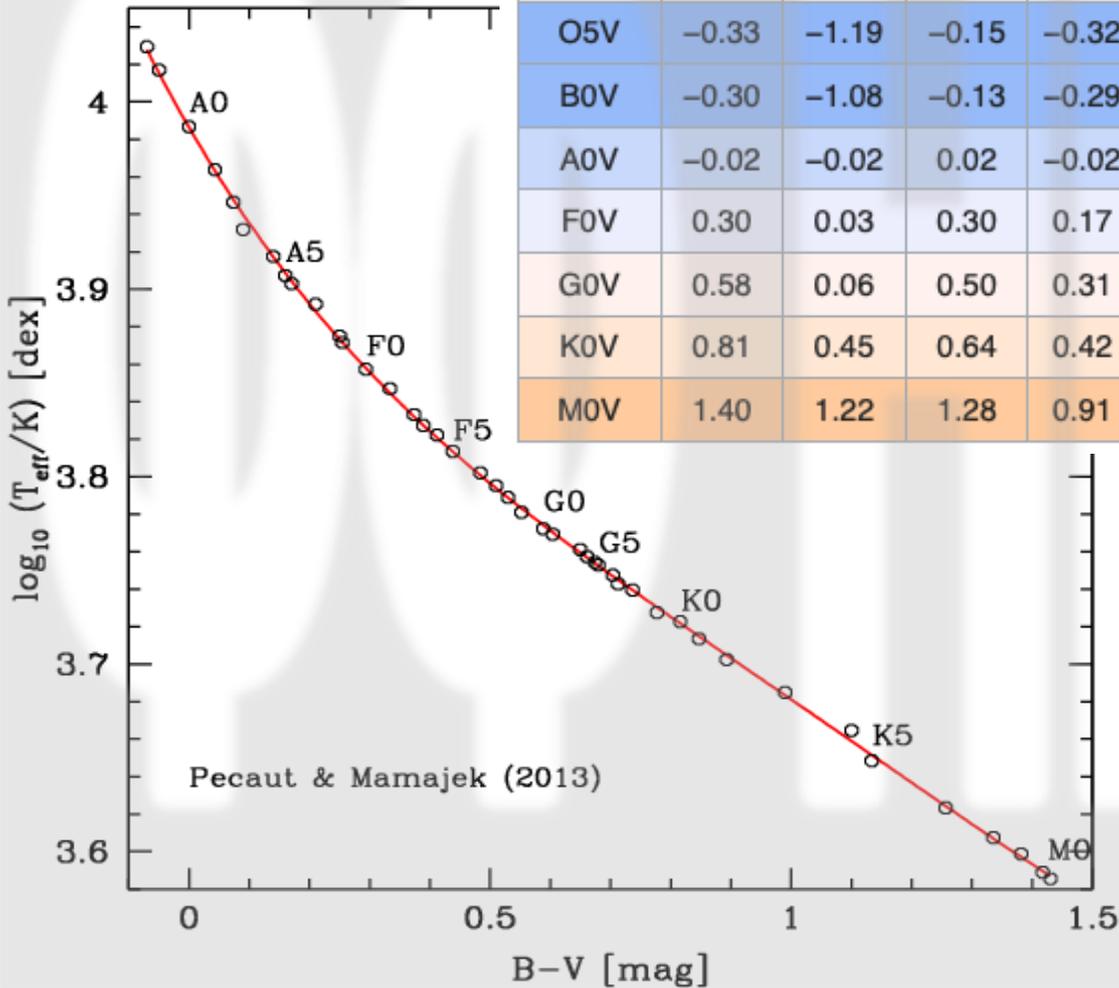


Диаграмма Герцшпрунга – Рассела



Эйнар Герцшпрунг (Дания)



Генри Норрис Рассел (США)

Независимо друг от друга Е.Герцшпрунг (1911) и Г.Рассел (1913) построили для звезд с измеренным расстоянием зависимость светимости звезд от их спектрального класса.

Оказалось, что для большей части звезд явно прослеживается сильная корреляция между этими параметрами.

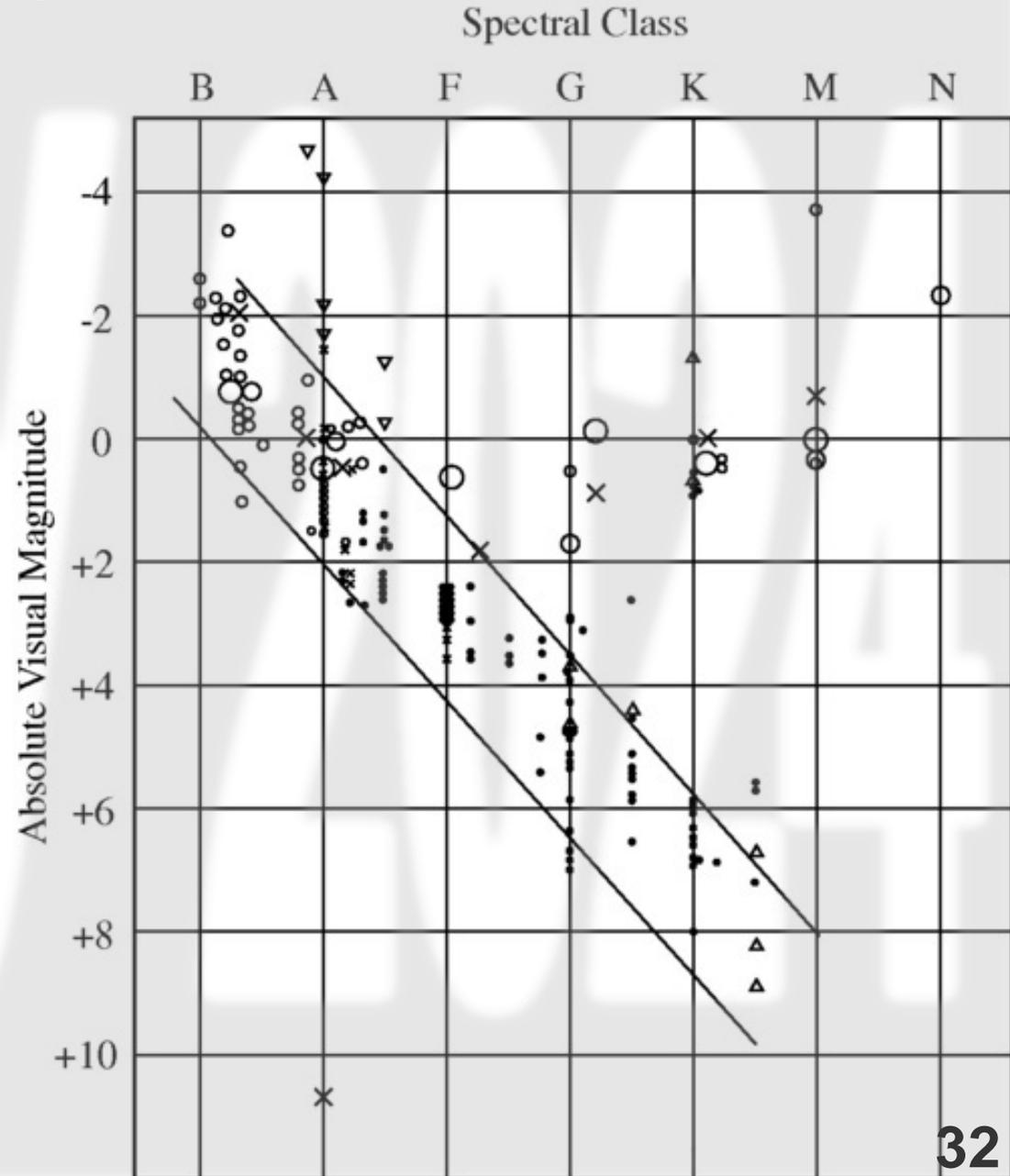
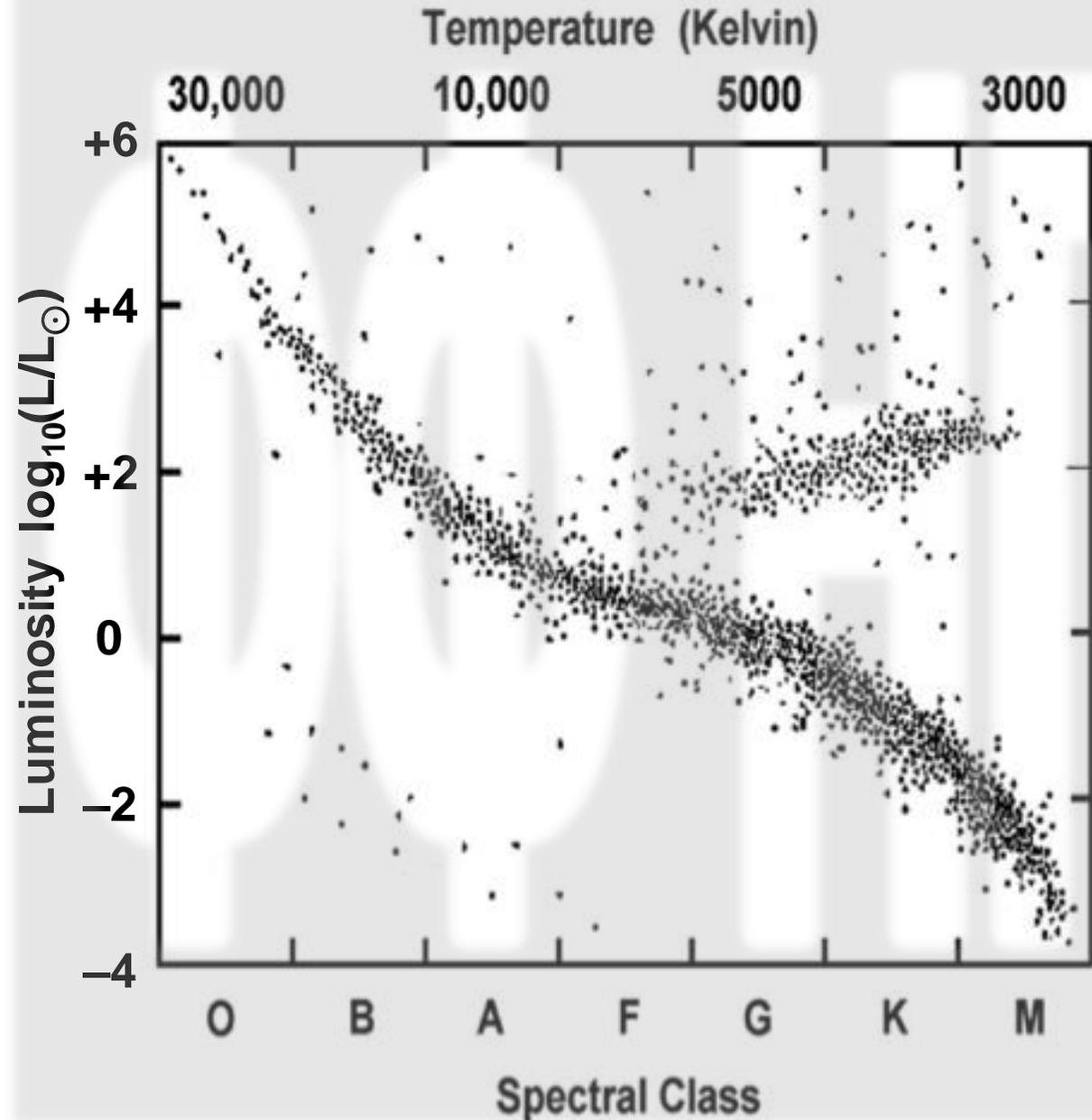


Диаграмма Герцшпрунга – Рассела



HR диаграмма для репрезентативной выборки – «все» звезды в ближайшей окрестности Солнца.



Около 90% звезд находятся вдоль «диагональной» линии.



Кроме того явно выделяются несколько дополнительных групп.

Вычислительный пример

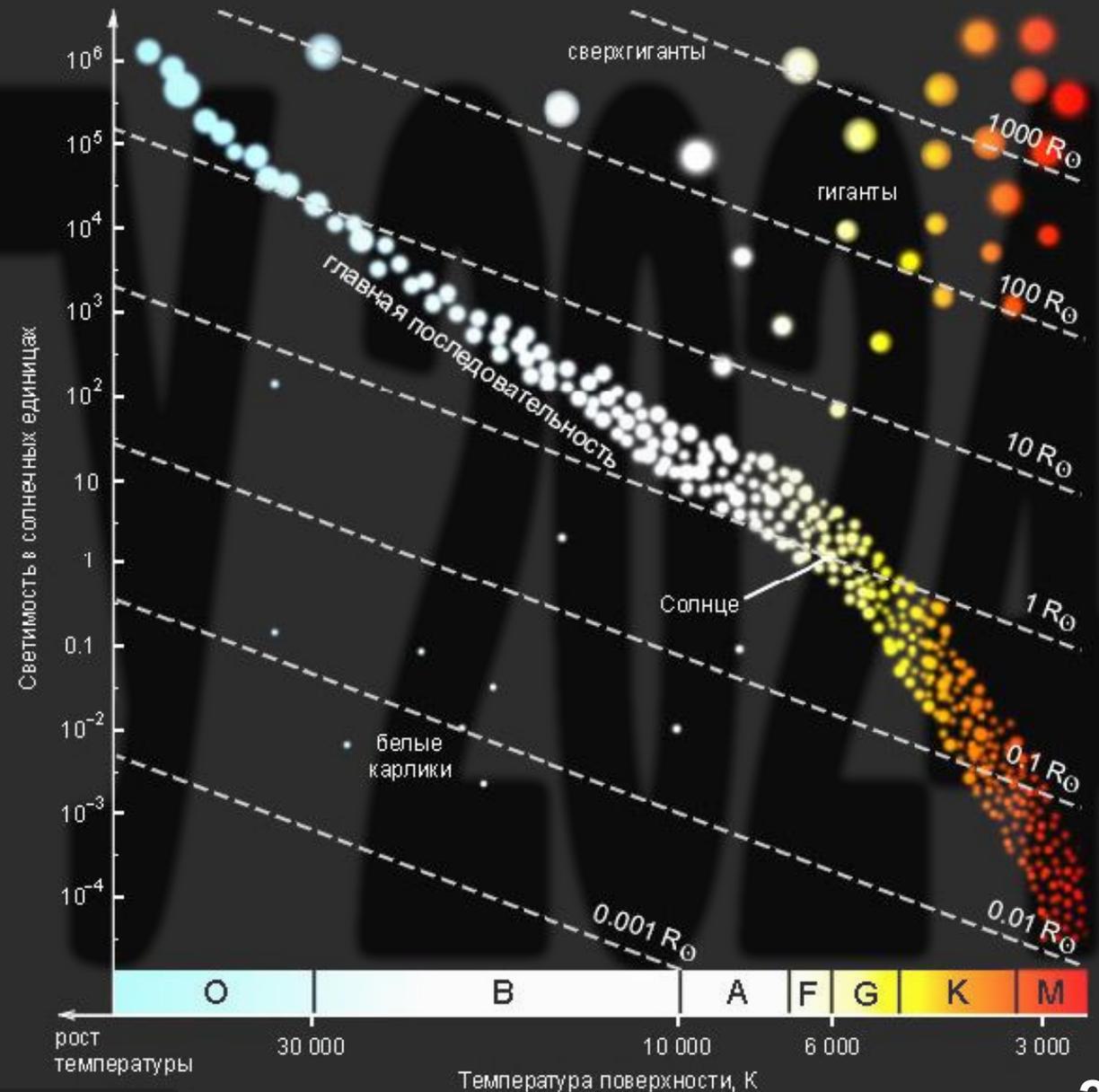
Оцените, во сколько раз отличаются радиусы звезд, если их эффективная температура одинакова и равна $T_{\text{эфф}} = 6000 \text{ K}$, а светимости равны $L_1 = L_{\odot}$ и $L_2 = 10^6 L_{\odot}$.

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{эфф}}^4 \sim R^2 T_{\text{эфф}}^4$$

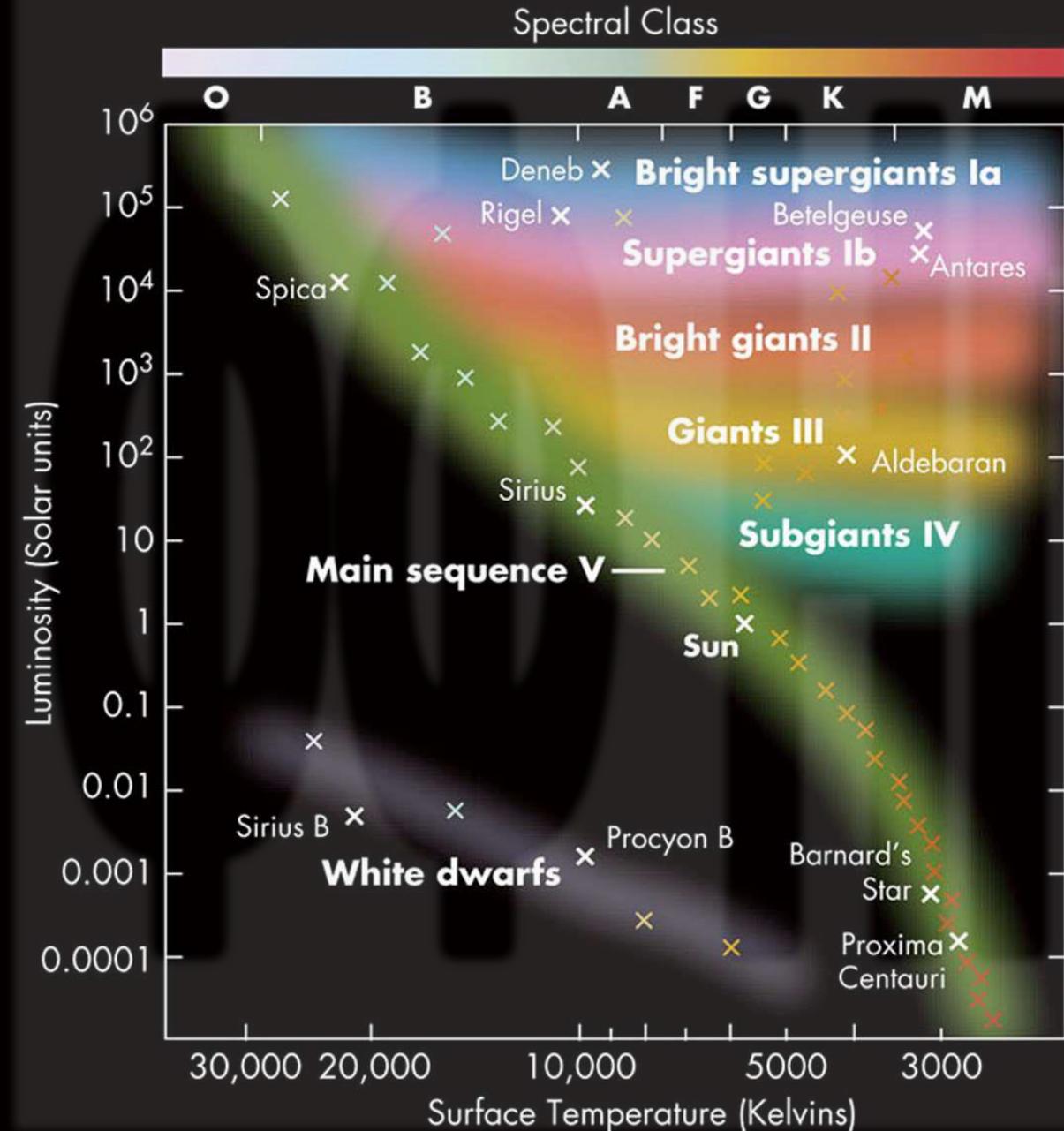
$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(\frac{T_{2\text{эфф}}}{T_{1\text{эфф}}}\right)^4$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{1/2} = 1000$$

Радиус таких звезд может достигать орбиты Юпитера!



Классификация звезд



Из рассмотренного примера становится понятно, что только эффективной температуры недостаточно для однозначного определения типа звезды, необходимо дополнительно указать класс светимости (т.е. эффективный размер) звезды.

- I — сверхгиганты
- II — яркие гиганты
- III — гиганты
- IV — субгиганты
- V — карлики (главная последовательность)
- VI — субкарлики

Солнце: G2V

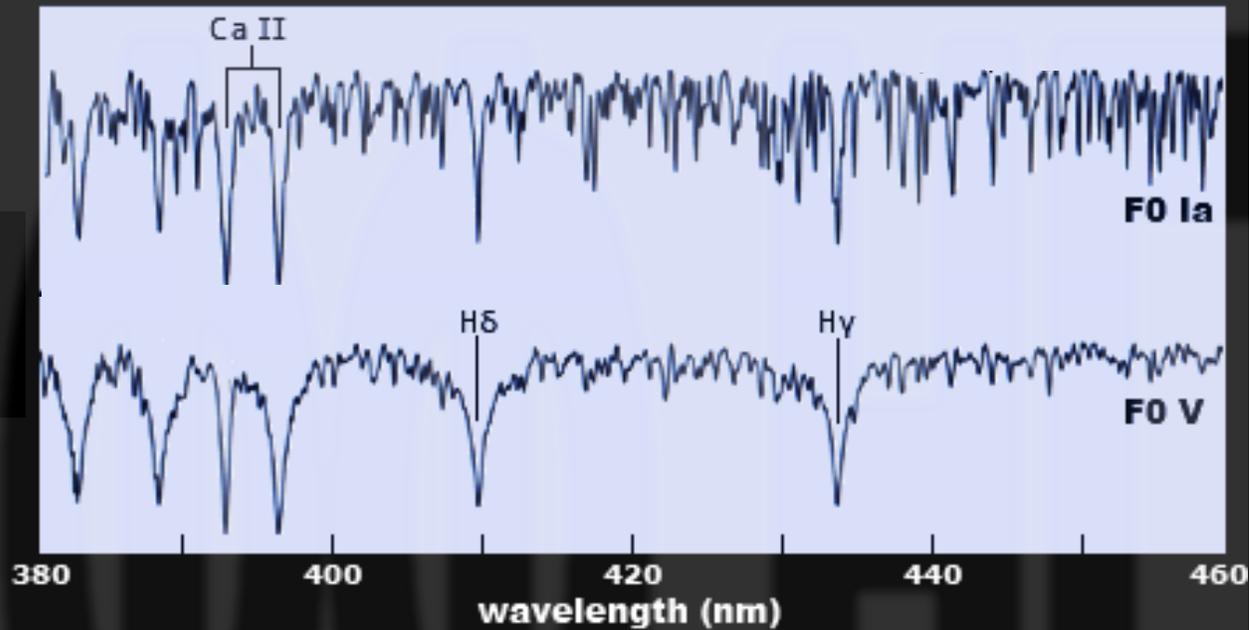
Уширение спектральных линий

В среде существуют различные эффекты, приводящие к уширению спектральных линий:

- ✓ Столкновения с другими частицами (давление, температура);
- ✓ Доплеровское уширение (температура)
- ✓ Эффект Штарка – связан с влиянием электрического поля свободных зарядов на положение энергетических уровней в атоме (давление, температура);
- ✓ и другие эффекты...

Уширение спектральных линий

luminosity (gravitational) effects



Таким образом, в плотной среде ширина спектральных линий может существенно увеличиваться.

Этот эффект можно использовать как индикатор плотности фотосферы звезды. Для звезд гигантов плотность фотосферы мала – спектральные линии узкие, для звезд главной последовательности наблюдается заметное уширение линий, для компактных объектов (белые карлики) – этот эффект ярко выражен.

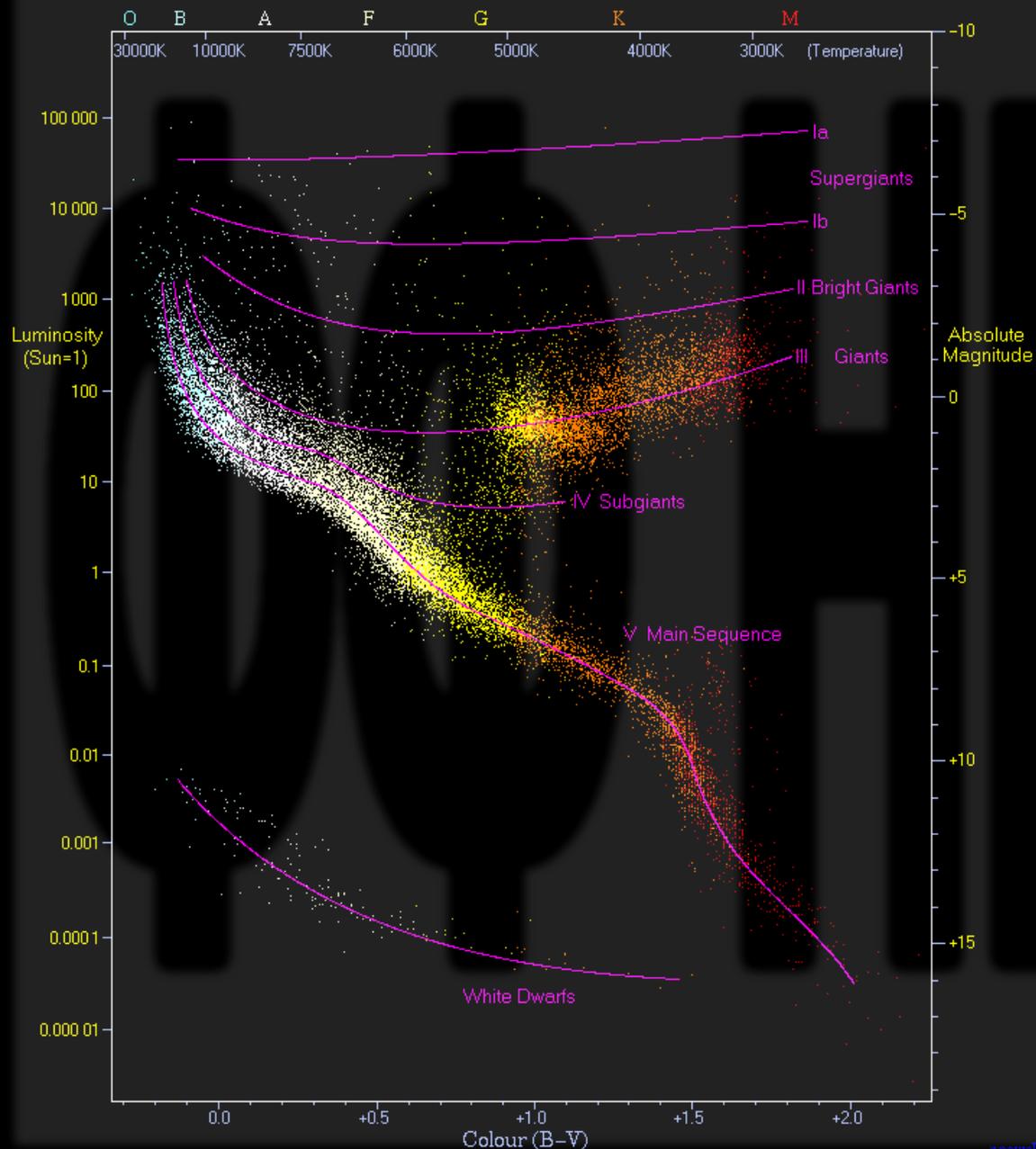
White dwarf
*(comparable in mass to our Sun,
yet the size of the Earth)*



Blue giant



Диаграмма цвет – звездная величина



Теоретическая Диаграмма Герцшпрунга – Рассела строится в физических величинах светимость-температура.

На практике, однако, гораздо удобнее пользоваться эквивалентной диаграммой абсолютная звездная величина – показатель цвета, основанной на непосредственно измеряемых величинах.

Кроме того, если **расстояние** до группы звезд не известно, но его **можно считать одинаковым**, то вместо абсолютной звездной величины можно воспользоваться видимой звездной величиной.

Такая диаграмма называется цвет-звездная величина.

Диаграмма цвет – звездная величина

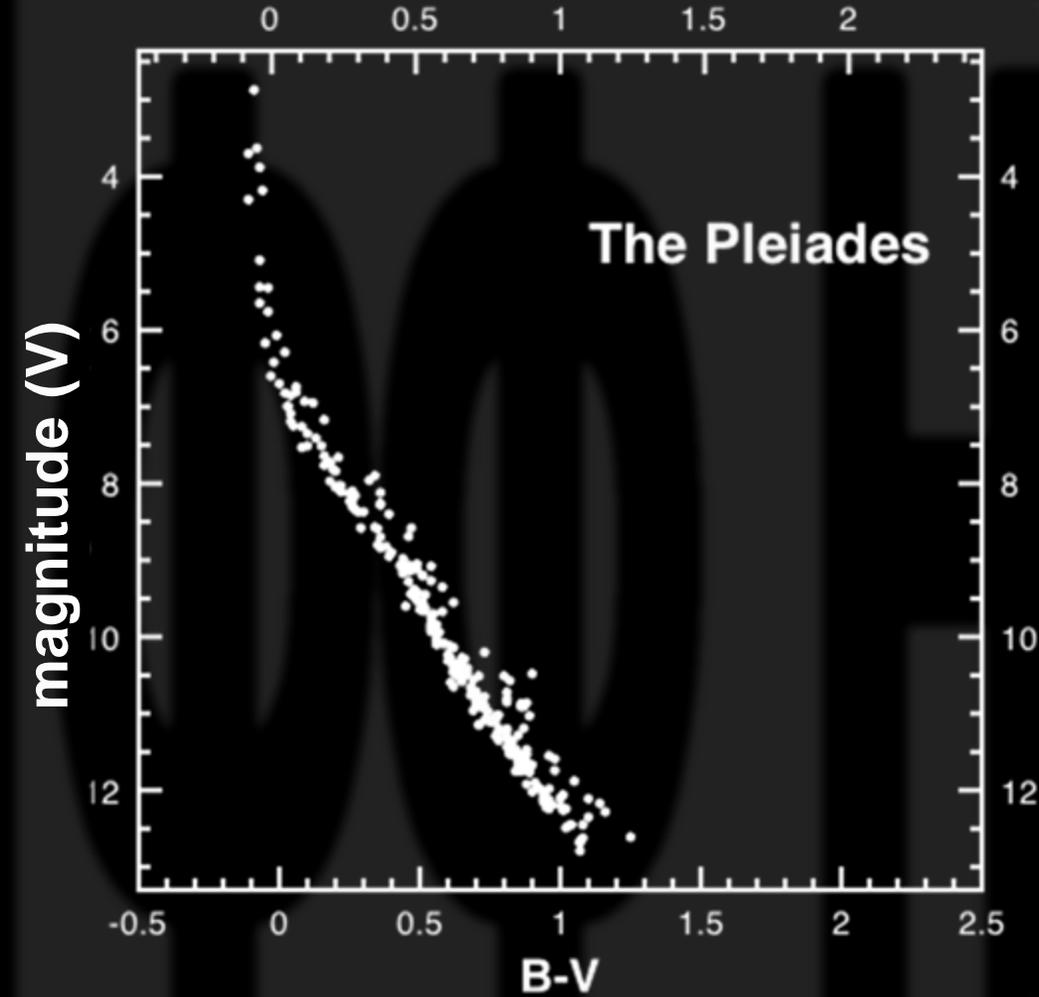


Диаграмма цвет-звездная величина для 270 звезд скопления Плеяды: “*Investigation of the Pleiades cluster. IV. The radial structure.*”, Raboud, D., Mermilliod, J.-C. *A&A.*, **329**, 101 (1998).

Вычислительный пример

Используя представленную диаграмму цвет-звездная величина оцените расстояние до скопления если известно, что для Солнца $M_V = 4.83$ и $B - V = 0.65$.

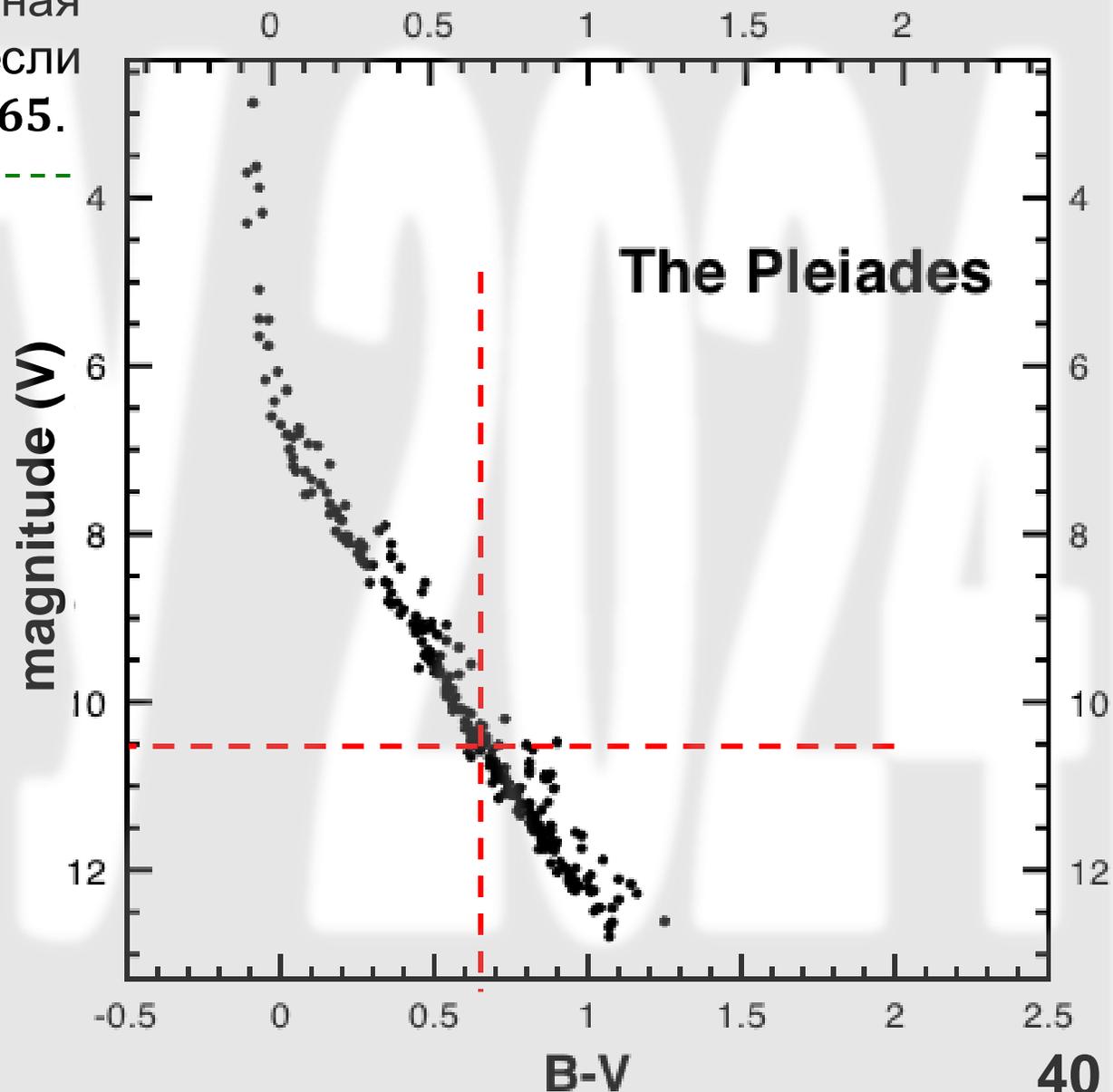
Из диаграммы видим, что звезды скопления находятся на главной последовательности. Солнце также звезда главной последовательности

Для звезд скопления с показателем цвета $B-V=0.65$ видимая звездная величина ~ 10.5 .

$$m_V - M_V = 5 \lg(d/10 \text{ пк})$$

$$d = 10^{\frac{m_V - M_V}{5}} = 10 \times 10^{\frac{10.5 - 4.8}{5}} \approx 138 \text{ пк}$$

По измерениям методом параллакса: $d=136 \pm 1 \text{ пк}$



Основные характеристики звезд: масса

Для звезд главной последовательности наблюдается сильная корреляция между светимостью и массой звезды.

$$L \sim M^\alpha$$

Показатель степени меняется от $\alpha = 3 \dots 4$ для звезд малых масс (< 20) и выходит на значение $\alpha \simeq 2.5$ для звезд больших масс (> 50).

Для оценок, с достаточной точностью можно считать, что $\alpha = 3.5$ во всем диапазоне масс.

$$L = L_\odot \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{3.5}$$

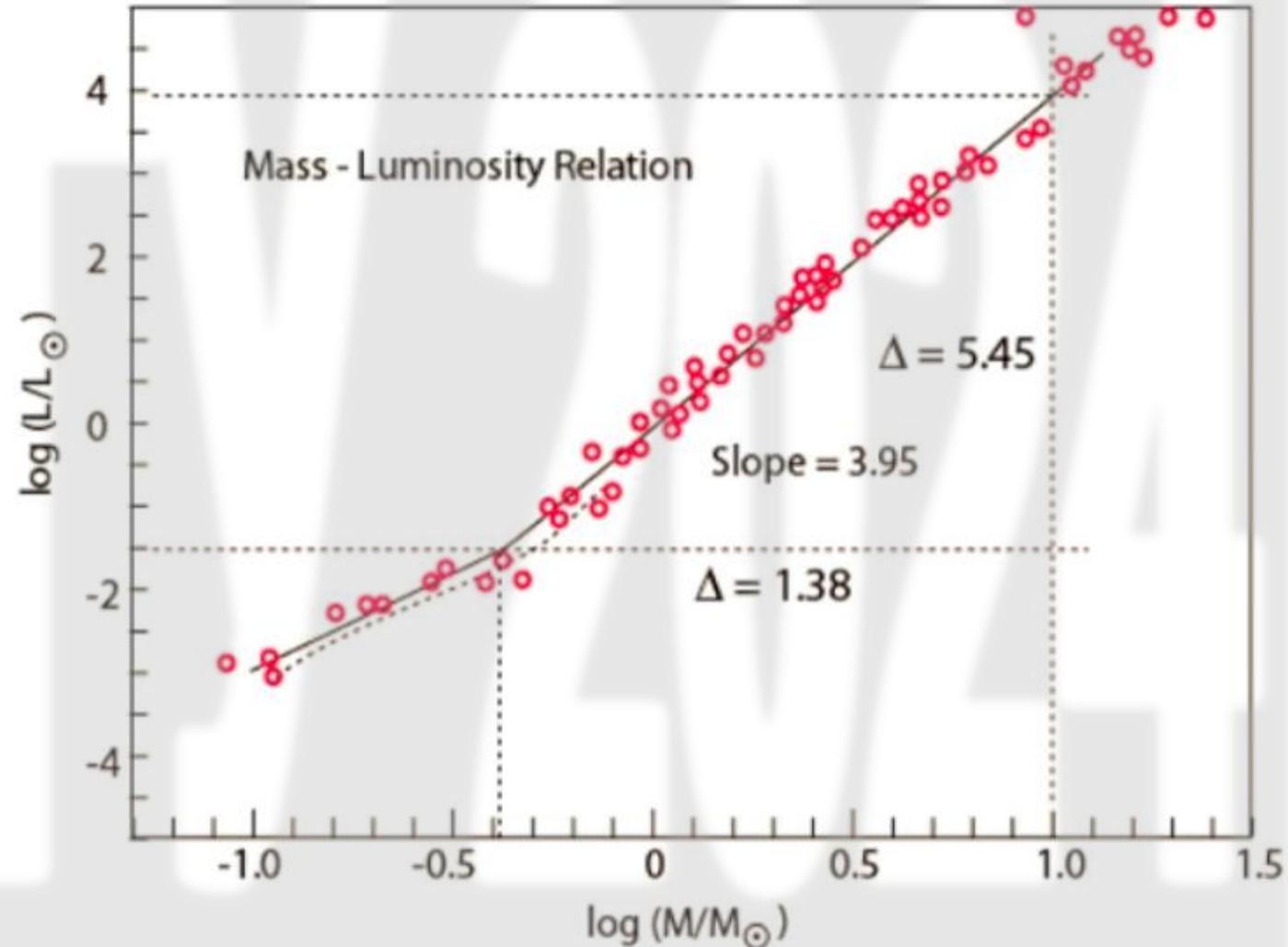
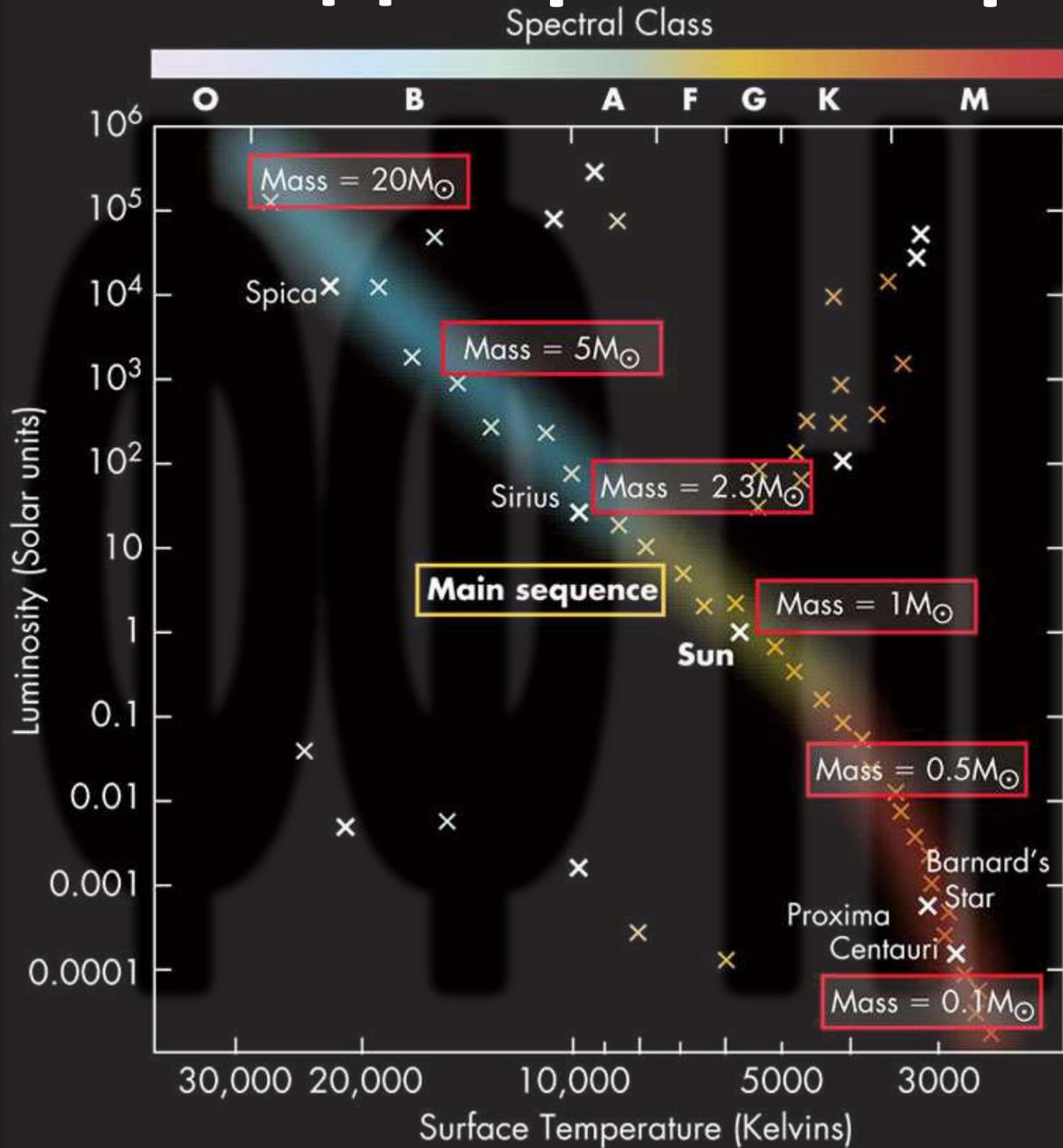


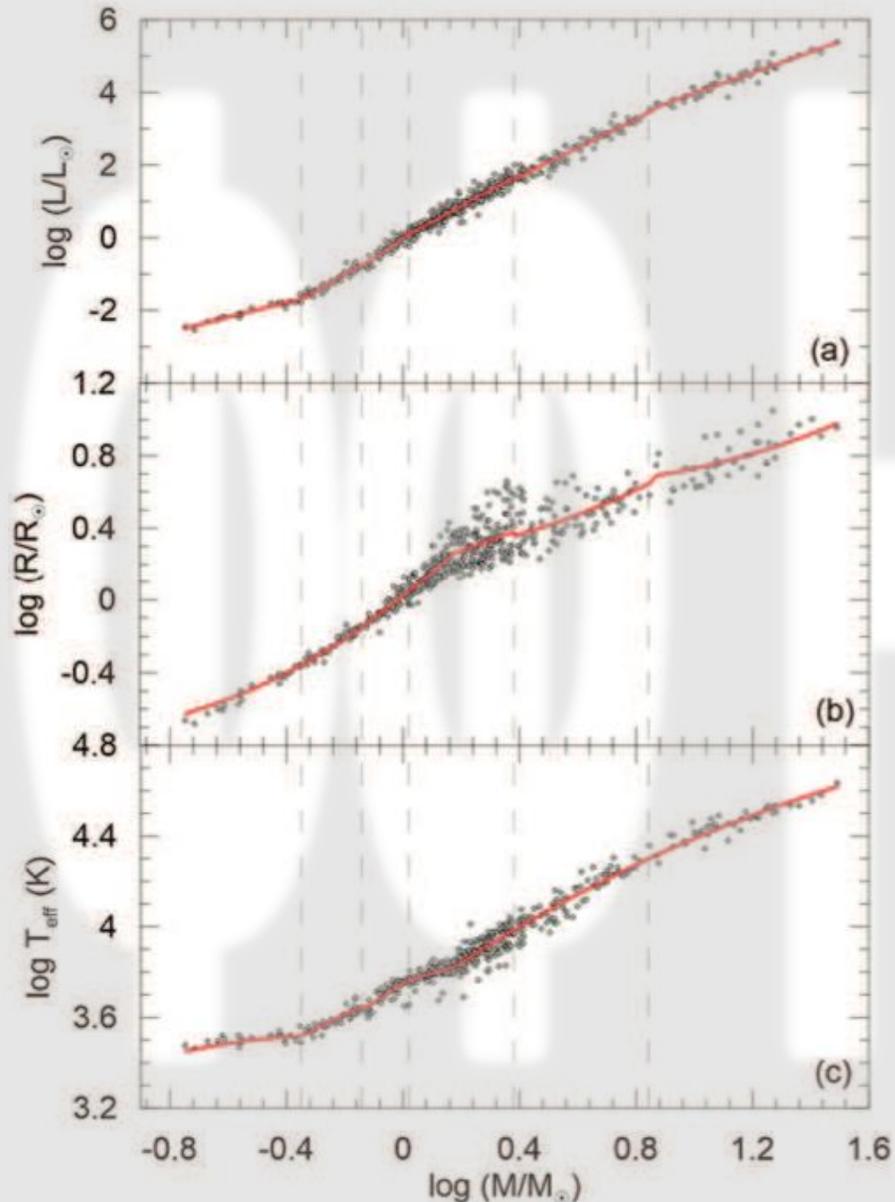
Диаграмма Герцшпрунга – Рассела



Нижней границей для массы звезды считается величина $\sim 0.08M_{\odot}$.

Верхняя граница на массу звезды: 100 – 200 M_{\odot} .

Основные характеристики звезд ГП



Таким образом мы видим, что все важнейшие наблюдаемые характеристики звезд имеют существенную корреляцию с массой звезды.

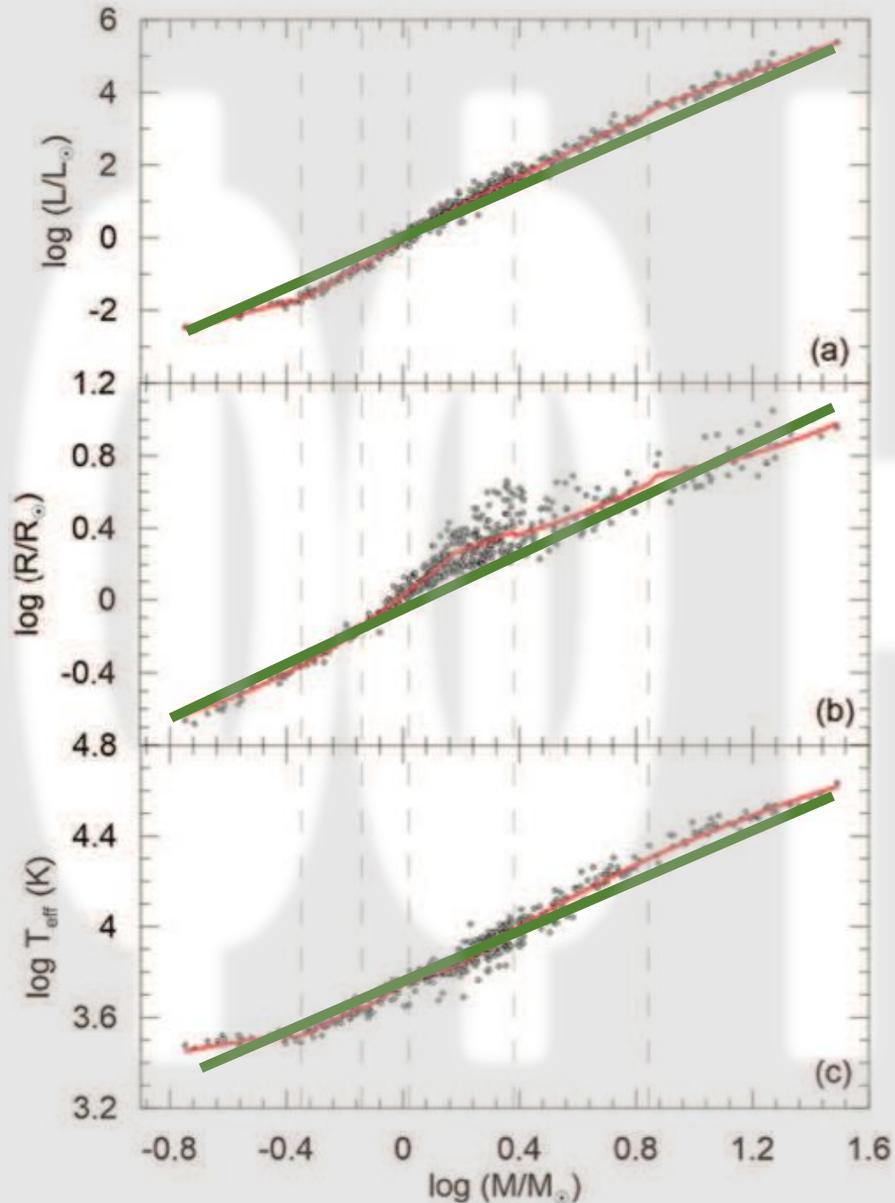
Масса звезды является важнейшим (но не единственным) параметром, определяющим все остальные характеристики и, в конечном итоге, эволюцию звезды.

Распределение звезд по массе, таким образом, становится важнейшим вопросом в физике звезд.

«теорема»* Вогта-Рассела (Vogt, Russell): в гидростатическом и термодинамическом равновесии состояние звезды однозначно определяется ее массой и химическим составом.

* Не является теоремой в математическом смысле, скорее хорошая «рабочая» гипотеза, которая хоть и имеет исключения, выполняется в большинстве «типичных» режимов.

Основные характеристики звезд ГП



$$L = L_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3.5}$$

$$R = R_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3/4}$$

$$T = T_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3/5}$$

**Эти оценочные
соотношения
верны только
для звезд**

**ГЛАВНОЙ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ!**

Вычислительный пример

В 1862 году было обнаружено, что Сириус (α CMa) – ярчайшая звезда неба – является двойной. Обе звезды относятся к спектральному классу A, однако видимые звездные величины отличаются на 10 единиц! При этом Сириус A – звезда главной последовательности. Оцените отношение радиусов звезд и плотность Сириуса B, полагая $M_B \approx M_\odot$.

Из диаграммы Г-Р находим, что температура поверхности ~ 9000 К.

Так как Сириус A – звезда главной последовательности класса A, то из соотношения температура-масса получаем:

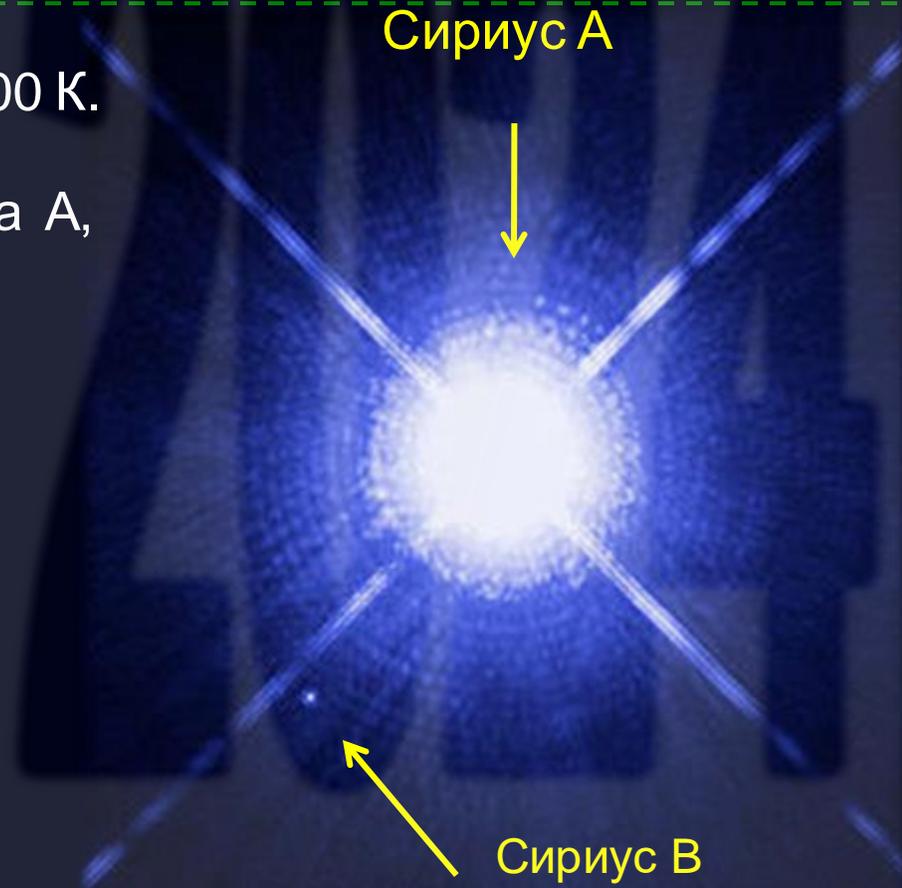
$$M_A \approx M_\odot (T_A / T_\odot)^{5/3} \approx 2M_\odot$$

Из соотношения радиус-масса получаем:

$$R_A \approx R_\odot (M_A / M_\odot)^{3/4} \approx 1.7R_\odot; \quad \rho_A \approx 0.57 \text{ г/см}^3$$

Тогда

$$\frac{L_A}{L_B} = 100 \frac{\Delta m}{5} = \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^2 \left(\frac{T_A}{T_B} \right)^4 \approx \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^2$$



Вычислительный пример

В 1862 году было обнаружено, что Сириус (α CMa) – ярчайшая звезда неба – является двойной. Обе звезды относятся к спектральному классу A, однако видимые звездные величины отличаются на 10 единиц! При этом Сириус A – звезда главной последовательности. Оцените отношение радиусов звезд и плотность Сириуса B, полагая $M_B \approx M_\odot$.

$$R_B \approx 1.7 \times 10^{-3} R_\odot$$

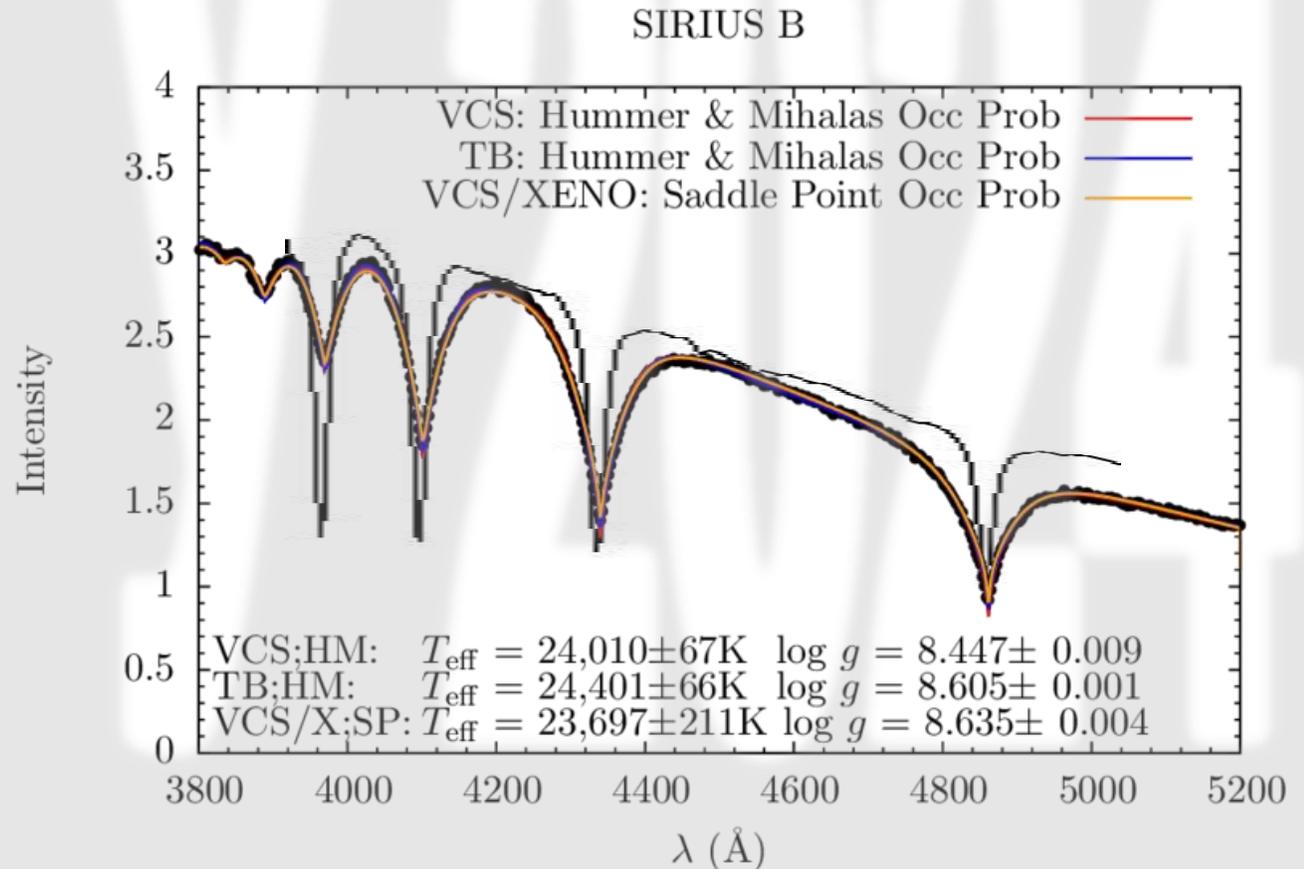
$$\approx \text{few} \times 10^3 \text{ км}$$

– сравнимо с радиусом Земли!

Тогда средняя плотность Сириуса B равна:

$$\rho_B \approx \rho_\odot \left(\frac{R_\odot}{R_B} \right)^3 \approx 3 \times 10^8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

сотни ТОНН в кубическом сантиметре!



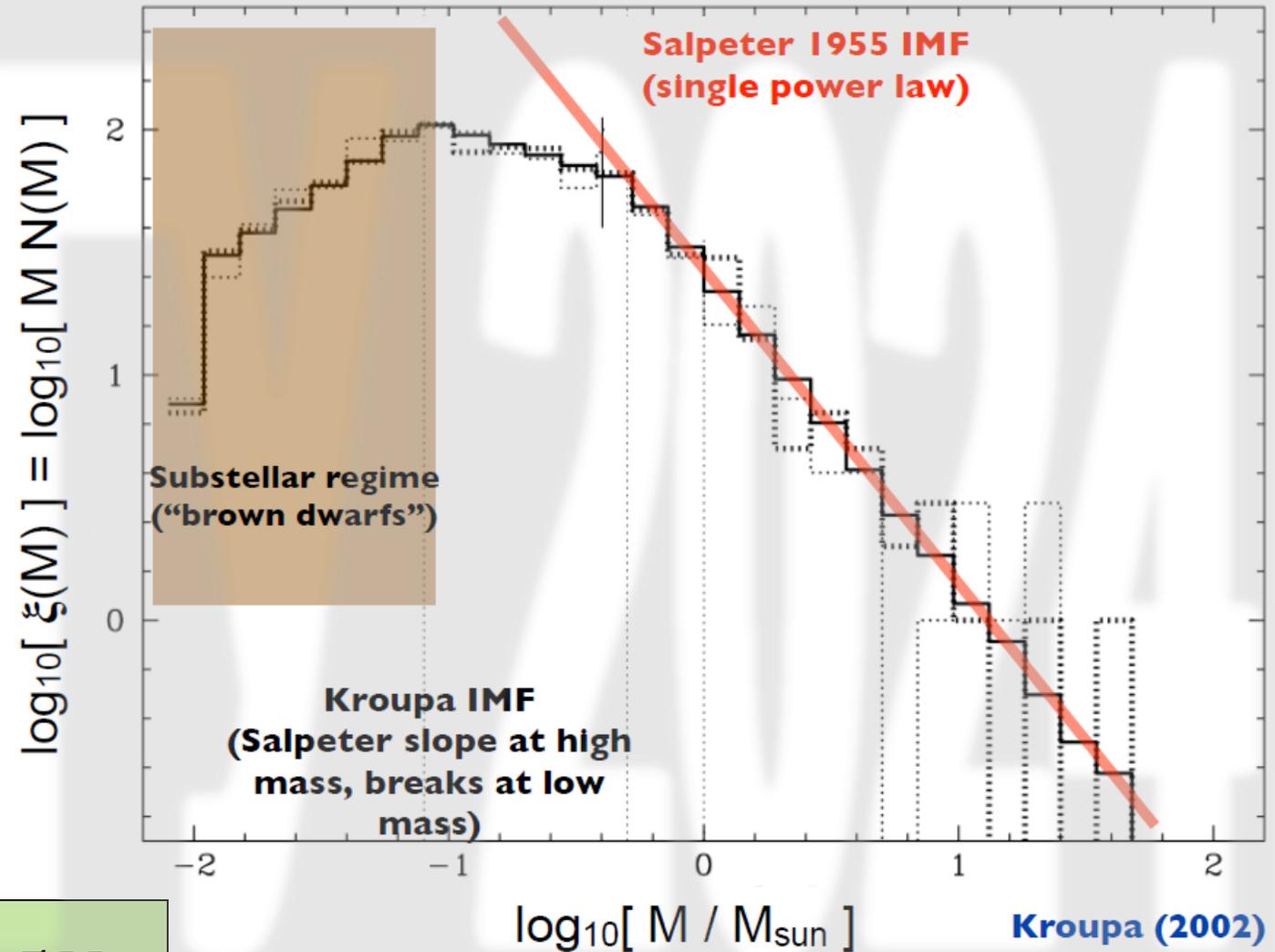
Начальная функция масс

Распределение звезд по массам активно изучается до сих пор. Были предложены несколько модификация функции масс Солпитера.

В основном изменения касаются области малых масс $<0.5M_{\odot}$, где в последнее время получено много дополнительной информации благодаря новым телескопам.

Для наших оценочных задач можно использовать некоторое эффективное «усреднение» предложенных моделей:

$$\xi(M) = \xi_0 \begin{cases} 2M^{-1.3}, & 0.08M_{\odot} < M < 0.5M_{\odot} \\ M^{-2.3}, & M \geq 0.5M_{\odot} \end{cases}$$



Расчетная задача

Пользуясь функцией масс Солпитера, оцените среднюю массу звезды.

$$\langle M \rangle = \frac{M_{total}}{N} \quad N = \int \xi(m) dm = \int_{0.08}^{0.5} 2\xi_0 m^{-1.3} dm + \int_{0.5}^{200} \xi_0 m^{-2.3} dm = 7.905\xi_0$$

$$M_{total} = \int m\xi(m) dm = \int_{0.08}^{0.5} m \cdot 2\xi_0 m^{-1.3} dm + \int_{0.5}^{200} m \cdot \xi_0 m^{-2.3} dm = 4.694\xi_0 M_{\odot}$$

$$\langle M \rangle = \frac{M_{total}}{N} \approx \frac{4.694\xi_0 M_{\odot}}{7.905\xi_0} = 0.59 M_{\odot}$$

Основные характеристики звезд: время жизни

Используя полученные зависимости, можно оценить, как меняется время жизни τ звезд разных масс.

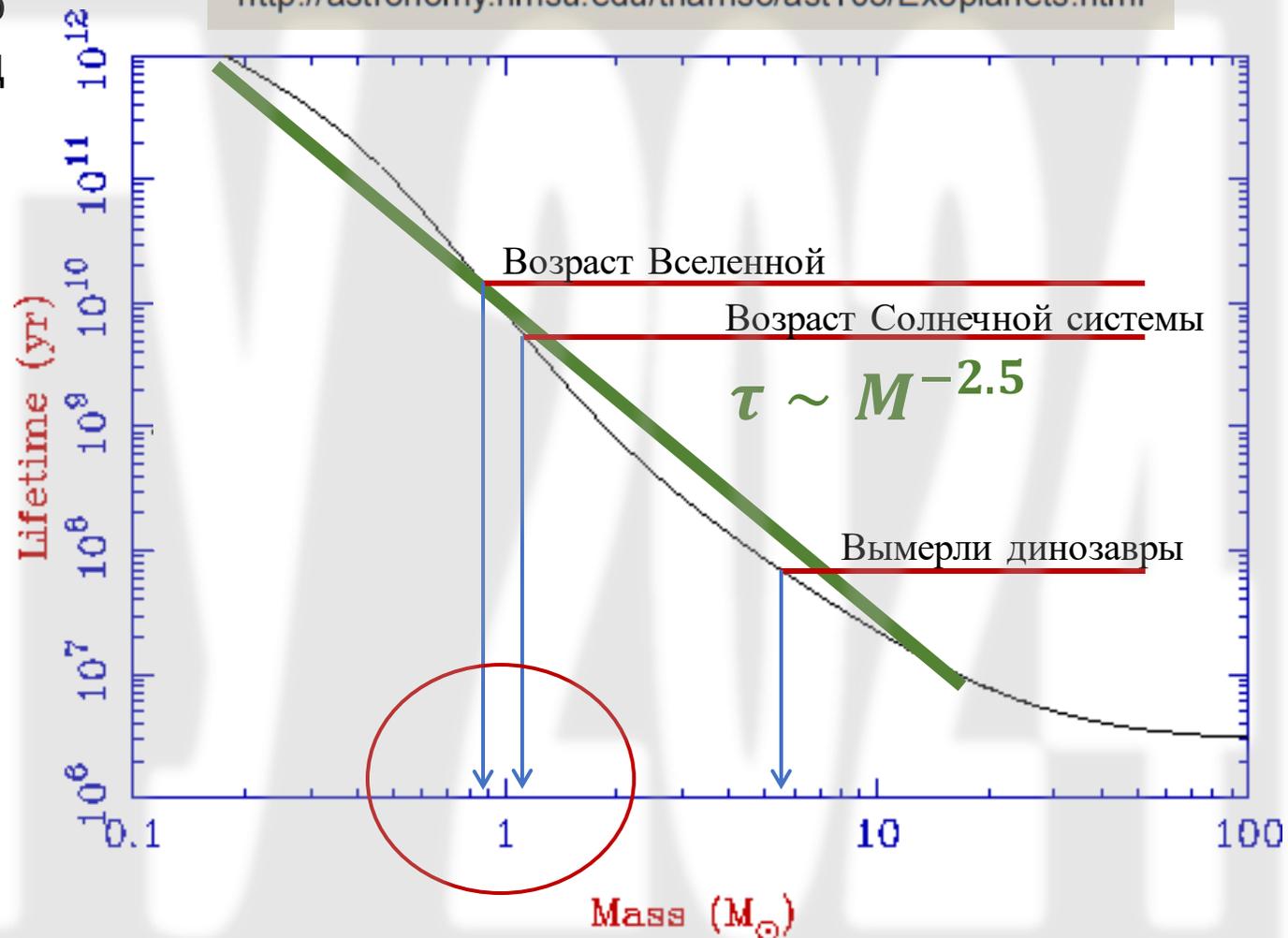
$$\tau \sim \frac{M}{L} \sim \frac{M}{M^{3.5}} \sim M^{-2.5}$$

То есть

$$\tau = \tau_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2.5}$$

С увеличением массы звезды, ее время жизни быстро падает!

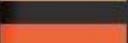
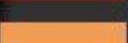
<http://astronomy.nmsu.edu/tharriso/ast105/Exoplanets.html>



Время жизни звезд с массой $< 0.9M_{\odot}$ превышает текущий возраст Вселенной!

Сравнительные характеристики звезд

The Morgan-Keenan Spectral Types (Main Sequence, Extended)

Symbol	Description	Surface Temperature	Blackbody Hue*	Dwarf (MS) Absolute Magnitude	Mass	Radius	Bolometric Luminosity	B-V Color Index	Lifetime (years)	Percent of Main Sequence
W-	Wolf-Rayet	≥ 25000 K		< -3.0	$\geq 20 M_{\odot}$	$10-15 R_{\odot}$	$\geq 10^5 L_{\odot}$	~ -0.25	$W5 = 2.0 \times 10^5$	$2 \times 10^{-8} \%$
O	super massive	≥ 30000 K		-5.6 to -4.3	$18 \sim 150 M_{\odot}$	$\geq 6.6 R_{\odot}$	$53,000 \sim 10^6 L_{\odot}$	-0.33 to -0.31	$O5 = 3.6 \times 10^5$	0.23%
B	massive	$10000-30000$ K		-4.1 to 0.7	$2.9-18 M_{\odot}$	$1.8-6.6 R_{\odot}$	$54-52,500 L_{\odot}$	-0.30 to -0.08	$B5 = 7.2 \times 10^7$	8.9%
A	large	$7300-10000$ K		1.4 to 2.5	$1.6-2.9 M_{\odot}$	$1.4-1.8 R_{\odot}$	$6.5-54 L_{\odot}$	-0.02 to 0.28	$A5 = 1.1 \times 10^9$	16.0%
F	solar type	$6000-7300$ K		2.6 to 4.2	$1.05-1.60 M_{\odot}$	$1.15-1.4 R_{\odot}$	$1.5-6.5 L_{\odot}$	0.30 to 0.56	$F5 = 3.5 \times 10^9$	22.0%
G	solar type	$5300-6000$ K		4.4 to 5.7	$0.8-1.05 M_{\odot}$	$0.96-1.15 R_{\odot}$	$0.4-1.5 L_{\odot}$	0.58 to 0.78	$G5 = 1.5 \times 10^{10}$	19.6%
K	solar type	$3800-5300$ K		5.9 to 9.0	$0.5-0.8 M_{\odot}$	$0.7-0.96 R_{\odot}$	$0.08-0.4 L_{\odot}$	0.81 to 1.36	$K5 = 5.3 \times 10^{10}$	27.6%
M	sub solar	$2500-3800$ K		9.2 to 16.1	$0.07-0.5 M_{\odot}$	$\leq 0.7 R_{\odot}$	$10^{-3.5}-0.08 L_{\odot}$	1.40 to ~ 2.00	$M5 = 1.9 \times 10^{11}$	5.0%
C	carbon star	$2400-3200$ K		.	$\leq 1.1 M_{\odot}$	$220-550 R_{\odot}^{\dagger}$	$\leq 10^{-3} L_{\odot}$	$> \sim 3.0$.	.
S	sub carbon star	$2400-3500$ K		.	$\leq 0.8 M_{\odot}$	$\leq 0.7 R_{\odot}$	$\leq 10^{-3} L_{\odot}$	$> \sim 2.2$.	0.14%
L	hot brown dwarf	$1300-2100$ K		11.5 to 14.0	$0.075-0.45 M_{\odot}$	$\leq 0.2 R_{\odot}$	$10^{-4.4}-10^{-3.7} L_{\odot}$	n/a \ddagger	.	.
T	cool brown dwarf	$600-1300$ K		> 14.0	$0.012-0.075 M_{\odot}$	$\leq 0.2 R_{\odot}$	$10^{-5.2}-10^{-4.5} L_{\odot}$	n/a \ddagger	.	.
Y	gas giant	< 600 K	.	.	$\leq 0.012 M_{\odot}$	$\leq 0.15 R_{\odot}$	$< 10^{-5.2} L_{\odot}$	n/a	.	.
D	degenerate; white dwarf	$\leq 100,000+$ K		10.0 to 15.0	$0.17-1.3 M_{\odot}$	$0.008-0.02 R_{\odot}$	$< 10^{-4}-10^2 L_{\odot}$	n/a	.	.
Q	recurring nova	.	.	white dwarf companion to mass donating star						
P	planetary nebula	.		gas shell ejected by giant star prior to collapse to white dwarf						

Вся жизнь на диаграмме Г-Р

Положение звезды на диаграмме Г-Р (практически) полностью определяет все ее важнейшие параметры. Логично предположить, что с течением времени, по мере истощения источника энергии, параметры звезды (в первую очередь светимость) меняются, а значит меняется ее положение на диаграмме Г-Р.

В результате звезда перемещается по диаграмме Г-Р – описывает **эволюционный трек**.