

Вариант 1

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = 2\sqrt{xy}^2 - 2ay\sqrt{x}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{3y - 4x}{3x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{2 \sin(4x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right) dx + \left(7e^{7y} - \frac{x}{y^2}\right) dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} yy'' + 2y + 2 = (y')^2, \\ y(-3) = -1/2, \\ y'(-3) = 0. \end{cases}$$

.....

Вариант 2

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = \frac{y^2}{\sqrt{x}} - \frac{2ay}{\sqrt{x}}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{3x + 4y}{4x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{4 \sin(2x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(\frac{2}{x^3y} - e^x\right) dx + \left(\frac{1}{y^2x^2} + 2 \cos(2y)\right) dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 2yy'' + 9y + 6 - 2(y')^2 = 0, \\ y(-2) = -1/3, \\ y'(-2) = 0. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = -\frac{2y^2}{\sqrt{x}} - \frac{ay}{\sqrt{x}}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{5y - 2x}{5x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{3 \sin(6x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(e^x - \frac{1}{x^2 y}\right) dx + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{xy^2}\right) dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 18yy'' - 18(y')^2 + y = 6, \\ y(2) = 3, \\ y'(2) = 0. \end{cases}$$

.....

Вариант 4

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = \frac{2y^2}{\sqrt[3]{x}} - \frac{ay}{\sqrt[3]{x}}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{2y - 5x}{2x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{6 \sin(3x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(\frac{y}{x^2} + 3 \sin(3x)\right) dx - \left(\frac{1}{x} + \frac{4}{y}\right) dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 8yy'' - 8(y')^2 + y = 4, \\ y(3) = 2, \\ y'(3) = 0. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = 2\sqrt{x}y^2 - ay\sqrt{x}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{2x + 5y}{5x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{3 \sin(2x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(\frac{2x}{y^2} + \frac{1}{x}\right) dx + \left(2 \cos(2y) - \frac{2x^2}{y^3}\right) dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 2yy'' - 2(y')^2 + 9y - 6 = 0, \\ y(2) = 1/3, \\ y'(2) = 0. \end{cases}$$

.....

Вариант 6

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = 2\sqrt[3]{x}y^2 - 2ay\sqrt[3]{x}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{5x + 2y}{2x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{2 \sin(3x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(\frac{y}{x^2} + \cos x\right) dx - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} yy'' - (y')^2 + 2y = 2, \\ y(3) = 1/2, \\ y'(3) = 0. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = \frac{y^2}{\sqrt{x}} - \frac{2ay}{\sqrt{x}}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{3x + 2y}{2x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{4 \sin(6x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(\frac{1}{y} + 5e^x\right) dx + \left(4 \cos(4y) - \frac{x}{y^2}\right) dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 18yy'' - 18(y')^2 + y + 6 = 0, \\ y(2) = -3, \\ y'(2) = 0. \end{cases}$$

.....

Вариант 8

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = \frac{2y^2}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2ay}{\sqrt[3]{x}}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{3y - 2x}{3x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{6 \sin(4x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(\frac{y^2}{x^2} + \sin x\right) dx - \left(2\frac{y}{x} + e^y\right) dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 8yy'' - 8(y')^2 + y + 4 = 0, \\ y(3) = -2, \\ y'(3) = 0. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = 2\sqrt[3]{x}y^2 + 2ay\sqrt[3]{x}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{2y - 3x}{2x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{2\sin(6x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(e^x - \frac{1}{x^2y}\right)dx + \left(2e^{2y} - \frac{1}{xy^2}\right)dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} 2yy'' + 9y - 2(y')^2 + 6 = 0, \\ y(2) = -1/3, \\ y'(2) = 0. \end{cases}$$

.....

Вариант 10

1. Решить уравнение при всех $a \in \mathbb{R}$:

$$y' = \sqrt{x}y^2 - 2ay\sqrt{x}.$$

2. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{2x + 3y}{3x}.$$

б) Построить картину решений (построить изоклины, найти области возрастания и убывания, исследовать выпуклость решений).

3. а) Решить уравнение

$$y' = \frac{6\sin(2x)}{x^2} - \frac{2y}{x}.$$

б) Найти ограниченное решение при $x \in (0, +\infty)$. Найти предел этого решения при $x \rightarrow 0$.

4. Решить уравнение

$$\left(\cos x - \frac{1}{x^2y^2}\right)dx + \left(2y - \frac{2}{xy^3}\right)dy = 0.$$

5. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} yy'' + 2y - (y')^2 + 2 = 0, \\ y(3) = -1/2, \\ y'(3) = 0. \end{cases}$$