

Вариант 1

1. Найти все решения уравнения

$$(\sin(7x) + 1)y'' - 7\cos(7x)y' = (\sin(7x) + 1)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{x - 8}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 2(1 - a)y + 2(1 + a)z, \\ \dot{y} = -2x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y + z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' - 8y' + 20y = e^{4x} \sin(4x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

.....

Вариант 2

1. Найти все решения уравнения

$$(x^2 + 7)y'' - 2xy' = (x^2 + 7)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' - 12y' + 36y = \frac{e^{6x}}{x + 3}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y + 2z, \\ \dot{y} = x + y + 2z, \\ \dot{z} = 2(1 + a)x + 2(1 - a)y + 4z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 20y = e^{-2x} \sin(8x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

Вариант 3

1. Найти все решения уравнения

$$(\cos(6x) - 1)y'' + 6\sin(6x)y' = (\cos(6x) - 1)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' + 8y' + 16y = \frac{e^{-4x}}{x+7}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 2y + 2z, \\ \dot{y} = (2 - a)x + y + (1 + 2a)z, \\ \dot{z} = 2x + y + z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' - 10y' + 26y = e^{5x} \sin(2x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

.....

Вариант 4

1. Найти все решения уравнения

$$(x^3 + 6)y'' - 3x^2y' = (x^3 + 6)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' - 14y' + 49y = \frac{e^{7x}}{x+2}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + z, \\ \dot{y} = -2x + 4y - 2z, \\ \dot{z} = (1 - 2a)x - (2 + a)y + z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' + 6y' + 10y = e^{-3x} \sin(4x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

Вариант 5

1. Найти все решения уравнения

$$(\sin(5x) + 2)y'' - 5\cos(5x)y' = (\sin(5x) + 2)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' + 10y' + 25y = \frac{e^{-5x}}{x+3}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + (1+2a)y + (2-a)z, \\ \dot{y} = x + y + 2z, \\ \dot{z} = 2x + 2y + 4z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' - 12y' + 37y = e^{6x} \sin(2x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

.....

Вариант 6

1. Найти все решения уравнения

$$(\cos(4x) - 2)y'' + 4\sin(4x)y' = (\cos(4x) - 2)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x+10}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 2y - 2z, \\ \dot{y} = (a+2)x + y + (2a-1)z, \\ \dot{z} = -2x - y + z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' + 8y' + 17y = e^{-4x} \sin(3x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

Вариант 7

1. Найти все решения уравнения

$$(x^4 + 5)y'' - 4x^3y' = (x^4 + 5)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' + 12y' + 36y = \frac{e^{-6x}}{x + 2}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y - z, \\ \dot{y} = 2x + 4y - 2z, \\ \dot{z} = -(1 + 2a)x + (a - 2)y + z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 13y = e^{2x} \sin(6x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

.....

Вариант 8

1. Найти все решения уравнения

$$(\sin(3x) + 4)y'' - 3\cos(3x)y' = (\sin(3x) + 4)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' - 8y' + 16y = \frac{e^{4x}}{x + 5}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 2(1 + a)y + 2(1 - a)z, \\ \dot{y} = 2x + y + z, \\ \dot{z} = 2x + y + z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' + 10y' + 26y = e^{-5x} \sin(3x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

Вариант 9

1. Найти все решения уравнения

$$(x^5 + 2)y'' - 5x^4y' = (x^5 + 2)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' + 14y' + 49y = \frac{e^{-7x}}{x - 1}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y - 2z, \\ \dot{y} = -x + y + 2z, \\ \dot{z} = 2(a - 1)x + 2(1 + a)y + 4z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 13y = e^{3x} \sin(4x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.

.....

Вариант 10

1. Найти все решения уравнения

$$(\cos(2x) - 5)y'' + 2\sin(2x)y' = (\cos(2x) - 5)\frac{(y')^2}{y}.$$

2. Найти все решения уравнения

$$y'' - 10y' + 25y = \frac{e^{5x}}{x - 4}.$$

3. Найти все решения системы при всех значениях параметра $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y - z, \\ \dot{y} = -2(1 + a)x + 4y + 2(1 - a)z, \\ \dot{z} = -x + 2y + z. \end{cases}$$

4. При каких $\alpha > 0$ и $\beta \in \mathbb{R}$ краевая задача

$$\begin{cases} y'' + 12y' + 37y = e^{-6x} \sin(3x), \\ y(0) = 0, \quad y(\alpha) = \beta, \end{cases}$$

а) имеет единственное решение, б) имеет бесконечно много решений, в) не имеет решений? В случаях а) и б) выписать все решения.