

Вариант 1

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 5y = \cos(n\sqrt{5} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 2

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 15y = \cos(n\sqrt{15} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 7y = \cos(n\sqrt{7} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 4

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 14y = \cos(n\sqrt{14} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 3y = \cos(n\sqrt{3} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 6

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 17y = \cos(n\sqrt{17} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 19y = \cos(n\sqrt{19} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 8

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 6y = \cos(n\sqrt{6} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 10y = \cos(n\sqrt{10} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2$, $\omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 10

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 11y = \cos(n\sqrt{11} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 11

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 13y = \cos(n\sqrt{13} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 12

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 21y = \cos(n\sqrt{21} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3 \sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 13

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 23y = \cos(n\sqrt{23} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 14

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 12y = \cos(n\sqrt{12} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 15

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 31y = \cos(n\sqrt{31} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 16

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 7y = \cos(n\sqrt{7} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 17

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 29y = \cos(n\sqrt{29} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 18

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 5y = \cos(n\sqrt{5} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 19

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 11y = \cos(n\sqrt{11} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 20

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 12y = \cos(n\sqrt{12} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 21

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 35y = \cos(n\sqrt{35} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 22

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 13y = \cos(n\sqrt{13} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3 \sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 23

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 17y = \cos(n\sqrt{17} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 24

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 34y = \cos(n\sqrt{34} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 25

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 13y = \cos(n\sqrt{13} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 26

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 23y = \cos(n\sqrt{23} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 27

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 37y = \cos(n\sqrt{37} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 28

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 21y = \cos(n\sqrt{21} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 29

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 19y = \cos(n\sqrt{19} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2$, $\omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 30

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 41y = \cos(n\sqrt{41} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 31

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 33y = \cos(n\sqrt{33} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2$, $\omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 32

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 11y = \cos(n\sqrt{11} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 33

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 72y = \cos(n\sqrt{72} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 34

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 13y = \cos(n\sqrt{13} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 35

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 37y = \cos(n\sqrt{37} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 36

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 3y = \cos(n\sqrt{3} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 37

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 34y = \cos(n\sqrt{34} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 38

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 61y = \cos(n\sqrt{61} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 39

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 29y = \cos(n\sqrt{29} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2$, $\omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 40

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 11y = \cos(n\sqrt{11} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 41

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 5y = \cos(n\sqrt{5} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 42

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 15y = \cos(n\sqrt{15} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 43

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 7y = \cos(n\sqrt{7} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 44

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 14y = \cos(n\sqrt{14} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 45

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 3y = \cos(n\sqrt{3} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 46

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 17y = \cos(n\sqrt{17} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 47

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 19y = \cos(n\sqrt{19} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 48

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 6y = \cos(n\sqrt{6} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 49

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 10y = \cos(n\sqrt{10} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2$, $\omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 50

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 43y = \cos(n\sqrt{43} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 51

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 54y = \cos(n\sqrt{54} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 52

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 55y = \cos(n\sqrt{55} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 53

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 71y = \cos(n\sqrt{71} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 54

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 37y = \cos(n\sqrt{37} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 55

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 39y = \cos(n\sqrt{39} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu \pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 56

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 43y = \cos(n\sqrt{43} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu \pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 57

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 52y = \cos(n\sqrt{52} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 58

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 53y = \cos(n\sqrt{53} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 59

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 59y = \cos(n\sqrt{59} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 60

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 51y = \cos(n\sqrt{51} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 61

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 47y = \cos(n\sqrt{47} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 62

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 45y = \cos(n\sqrt{45} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 63

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 43y = \cos(n\sqrt{43} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 64

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 41y = \cos(n\sqrt{41} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 65

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 39y = \cos(n\sqrt{39} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 66

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 37y = \cos(n\sqrt{37} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 67

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 35y = \cos(n\sqrt{35} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 68

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 33y = \cos(n\sqrt{33} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 69

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 31y = \cos(n\sqrt{31} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 70

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 29y = \cos(n\sqrt{29} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 71

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 5y = \cos(n\sqrt{5} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2$, $\omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 72

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 15y = \cos(n\sqrt{15} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 73

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 7y = \cos(n\sqrt{7} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 74

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 14y = \cos(n\sqrt{14} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 75

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 3y = \cos(n\sqrt{3} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu \pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 76

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 17y = \cos(n\sqrt{17} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu \pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 77

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 19y = \cos(n\sqrt{19} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 78

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 6y = \cos(n\sqrt{6} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 79

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 10y = \cos(n\sqrt{10} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 80

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 50y = \cos(n\sqrt{50} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 81

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 51y = \cos(n\sqrt{51} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 82

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 52y = \cos(n\sqrt{52} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 83

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 53y = \cos(n\sqrt{53} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 84

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 54y = \cos(n\sqrt{54} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 85

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 55y = \cos(n\sqrt{55} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 86

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 56y = \cos(n\sqrt{56} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 87

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 57y = \cos(n\sqrt{57} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 88

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 58y = \cos(n\sqrt{58} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 89

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 59y = \cos(n\sqrt{59} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 90

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 11y = \cos(n\sqrt{11} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 91

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 5y = \cos(n\sqrt{5} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 92

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 15y = \cos(n\sqrt{15} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 93

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 7y = \cos(n\sqrt{7} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 94

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 14y = \cos(n\sqrt{14} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 95

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 3y = \cos(n\sqrt{3} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu \pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 96

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 17y = \cos(n\sqrt{17} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu \pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 97

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 19y = \cos(n\sqrt{19} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 98

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 6y = \cos(n\sqrt{6} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 99

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 10y = \cos(n\sqrt{10} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 100

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 31y = \cos(n\sqrt{31} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 101

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 32y = \cos(n\sqrt{32} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 102

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 33y = \cos(n\sqrt{33} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 103

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 34y = \cos(n\sqrt{34} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 104

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 35y = \cos(n\sqrt{35} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 105

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 37y = \cos(n\sqrt{37} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu \pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 106

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 17y = \cos(n\sqrt{17} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu \pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 107

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 19y = \cos(n\sqrt{19} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 108

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 38y = \cos(n\sqrt{38} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 109

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 39y = \cos(n\sqrt{39} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 110

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 15y = \cos(n\sqrt{15} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 111

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 17y = \cos(n\sqrt{17} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 112

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 18y = \cos(n\sqrt{18} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 113

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 19y = \cos(n\sqrt{19} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 114

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 20y = \cos(n\sqrt{20} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 115

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 21y = \cos(n\sqrt{21} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 116

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 22y = \cos(n\sqrt{22} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 117

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 23y = \cos(n\sqrt{23} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 118

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 24y = \cos(n\sqrt{24} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 119

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 26y = \cos(n\sqrt{26} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 120

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 27y = \cos(n\sqrt{27} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 121

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 28y = \cos(n\sqrt{28} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 122

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 29y = \cos(n\sqrt{29} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 123

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 30y = \cos(n\sqrt{30} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 124

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 31y = \cos(n\sqrt{31} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 125

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 34y = \cos(n\sqrt{34} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 126

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 37y = \cos(n\sqrt{37} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 127

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 11y = \cos(n\sqrt{11} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 128

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 7y = \cos(n\sqrt{7} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 129

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 30y = \cos(n\sqrt{30} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 130

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 12y = \cos(n\sqrt{12} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 131

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 51y = \cos(n\sqrt{51} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (49y^2 - (y')^2 - 49(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 3\ddot{y} + 24x + 14y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 2\ddot{y} + 14x + 9y + 2z = 3\sin 4t, \\ \ddot{z} + 4x + 2y + 8z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 132

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 45y = \cos(n\sqrt{45} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (81y^2 - 81(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 3\ddot{y} + 41x - 25y + 4z = \sin t, \\ -3\ddot{x} + 2\ddot{y} - 25x + 17y - 2z = -3\sin t, \\ \ddot{z} + 4x - 2y + 5z = -\sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 133

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 27y = \cos(n\sqrt{27} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (36y^2 - (y')^2 - 36(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 8x + 4y + 2z = \sin 4t, \\ 5\ddot{y} + 3\ddot{z} + 4x + 24y + 14z = \sin 4t, \\ 3\ddot{y} + 2\ddot{z} + 2x + 14y + 9z = 3 \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 134

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 14y = \cos(n\sqrt{14} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{4\pi} (y^2 - (y')^2 - 16(y'')^2 + 16(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(4\pi) = y'(4\pi) = y''(4\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} \ddot{x} + 5x + 4y - 2z = -\sin t, \\ 5\ddot{y} - 3\ddot{z} + 4x + 41y - 25z = \sin t, \\ -3\ddot{y} + 2\ddot{z} - 2x - 25y + 17z = -3 \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 135

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 3y = \cos(n\sqrt{3} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (121y^2 - (y')^2 - 121(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{y} + 14x + 13y + 3z = 9 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{y} + 13x + 14y + 3z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{z} + 3x + 3y + 2z = -6 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 136

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 17y = \cos(n\sqrt{17} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (64y^2 - (y')^2 - 64(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3$, $\omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{y} + 29x - 28y + 8z = 4 \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{y} - 28x + 41y - 4z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{z} + 8x - 4y + 5z = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 4y + 2\mu\pi x^8 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 137

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 19y = \cos(n\sqrt{19} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{6\pi} (y^2 - (y')^2 - 81(y'')^2 + 81(y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(6\pi) = y'(6\pi) = y''(6\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} - 3\ddot{z} + 17x - 2y - 25z = -3 \sin t, \\ \ddot{y} - 2x + 5y + 4z = -\sin t, \\ -3\ddot{x} + 5\ddot{z} - 25x + 4y + 41z = \sin t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -3y - \frac{3}{2}\mu\pi x^{-6} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 138

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 6y = \cos(n\sqrt{6} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (100y^2 - (y')^2 - 100(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 3, \omega_3 = 1$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} - 4\ddot{z} + 41x - 4y - 28z = -5 \sin 2t, \\ \ddot{y} - 4x + 5y + 8z = \sin 2t, \\ -4\ddot{x} + 5\ddot{z} - 28x + 8y + 29z = 4 \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 3y + \frac{3}{2}\mu\pi x^6 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

Вариант 139

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 10y = \cos(n\sqrt{10} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (16y^2 - 16(y')^2 - (y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 2, \omega_3 = 3$)

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 3\ddot{z} + 9x + 2y + 14z = 3 \sin 4t, \\ \ddot{y} + 2x + 8y + 4z = \sin 4t, \\ 3\ddot{x} + 5\ddot{z} + 14x + 4y + 24z = \sin 4t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = -2y - \mu\pi x^{-4} \sin \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$

.....

Вариант 140

1. Выяснить, при каких натуральных $n \in \mathbb{N}$ существуют периодические решения уравнения

$$y'' + 11y = \cos(n\sqrt{11} t).$$

Найти все периодические решения, указать их периоды. При каких $n \in \mathbb{N}$ не существует периодических решений?

2. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^{2\pi} (25y^2 - (y')^2 - 25(y'')^2 + (y''')^2) dx,$$

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \quad y(2\pi) = y'(2\pi) = y''(2\pi) = 0.$$

3. Найти общее решение системы малых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = 1, \omega_3 = 2$)

$$\begin{cases} 5\ddot{x} + 4\ddot{z} + 14x + 3y + 13z = 9 \sin 3t, \\ \ddot{y} + 3x + 2y + 3z = -6 \sin 3t, \\ 4\ddot{x} + 5\ddot{z} + 13x + 3y + 14z = 9 \sin 3t. \end{cases}$$

4. Найти производную по параметру $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} xy' = 2y + \mu\pi x^4 \cos \frac{\pi y}{2}, \\ y|_{x=1} = 1 + \mu. \end{cases}$$