

Вариант 1

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (e^{2y}(y')^2 + 20e^y) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = \ln 6.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1'' + x_1 + x_2 = 0, \\ 17x_2'' + x_1 + 17x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_3'' + 4x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 4te^{-16t}y^2 + \mu^2 \ln(1 + x^2 + y^2), & x|_{t=0} = \mu, \\ y' = 8y + e^{8t} + 5\mu xe^{8t}, & y|_{t=0} = 5\mu^2. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=2\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \sin t \cdot \sin y + e^t \cdot \ln\left(\frac{y}{2\pi}\right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

.....

Вариант 2

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (e^{-2y}(y')^2 + 16e^{-y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = -\ln 5.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} 13x_1'' + 13x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_2'' + 2x_1 + x_2 = 0, \\ x_3'' + 3x_1 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 2x + 4te^{2t}y^2 + \mu^2 \sin y, & x|_{t=0} = 4\mu, \\ y' = 1 + 5\mu xe^{-2t} + \mu^2 \sin x, & y|_{t=0} = 0. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=4\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = e^{-t} \cdot \sin y + \cos t \cdot \ln\left(\frac{y}{4\pi}\right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (e^{4y}(y')^2 + 7e^{2y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = \frac{1}{2} \ln 8.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1'' + x_1 + x_3 = 0, \\ x_2'' + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_3'' + x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 4te^{-14t}y^2 + \mu^2 \sin(x+y), & x|_{t=0} = 2\mu, \\ y' = 7y + e^{7t} + 5\mu x e^{7t}, & y|_{t=0} = 3\mu^2. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=6\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = t^2 \cdot \sin y + e^t \cdot \ln \left(\frac{y}{6\pi} \right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

.....

Вариант 4

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (e^{-4y}(y')^2 + 6e^{-2y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = -\frac{1}{2} \ln 7.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1'' + x_1 + 3x_2 = 0, \\ 5x_2'' + 3x_1 + 25x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_3'' + 4x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 3x + 4te^{3t}y^2 + \mu^2 \ln(1+y^2), & x|_{t=0} = 5\mu, \\ y' = 1 + 5\mu x e^{-3t} + \mu^2 e^x, & y|_{t=0} = 0. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=8\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \cos t \cdot \sin y + t^3 \cdot \ln \left(\frac{y}{8\pi} \right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (3e^{6y}(y')^2 + 4e^{3y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = \frac{1}{3} \ln 4.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} 17x_1'' + 17x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_2'' + x_1 + x_2 = 0, \\ x_3'' + 4x_1 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 4te^{-12t}y^2 + \mu^2 \arctg(ty), & x|_{t=0} = 3\mu, \\ y' = 6y + e^{6t} + 5\mu xe^{6t}, & y|_{t=0} = \mu^2. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=10\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = e^t \cdot \sin y + \sin t \cdot \ln \left(\frac{y}{10\pi} \right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

.....

Вариант 6

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (e^{-6y}(y')^2 + 4e^{-3y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = -\frac{1}{3} \ln 10.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1'' + x_1 + 3x_3 = 0, \\ x_2'' + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_3'' + 3x_1 + 4x_2 + 25x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 4x + 4te^{4t}y^2 + \mu^2 \arctg y, & x|_{t=0} = \mu, \\ y' = 1 + 5\mu xe^{-4t} + \mu^2(x^2 + y^2), & y|_{t=0} = 0. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=2\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = t^4 \cdot \sin y + \sin t \cdot \ln \left(\frac{y}{2\pi} \right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (2e^{8y}(y')^2 + e^{4y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = \frac{1}{4} \ln 3.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1'' + x_1 + 3x_2 = 0, \\ 13x_2'' + 3x_1 + 13x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_3'' + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 4te^{-10t}y^2 + \mu^2 e^{x+y}, & x|_{t=0} = 2\mu, \\ y' = 5y + e^{5t} + 5\mu x e^{5t}, & y|_{t=0} = 2\mu^2. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=4\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \sin t \cdot \sin y + t^3 \cdot \ln \left(\frac{y}{4\pi} \right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

.....

Вариант 8

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (e^{-8y}(y')^2 + 2e^{-4y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = -\frac{1}{4} \ln 9.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} 5x_1'' + 25x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_2'' + 3x_1 + x_2 = 0, \\ x_3'' + 4x_1 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 6x + 4te^{6t}y^2 + \mu^2 \sin(x+y), & x|_{t=0} = 3\mu, \\ y' = 1 + 5\mu x e^{-6t} + \mu^2 \cos(x-y), & y|_{t=0} = 0. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=6\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \cos t \cdot \sin y + \sin t \cdot \ln \left(\frac{y}{6\pi} \right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (5e^{10y}(y')^2 + 4e^{5y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = \frac{1}{5} \ln 6.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1'' + x_1 + 4x_3 = 0, \\ x_2'' + x_2 + x_3 = 0, \\ 17x_3'' + 4x_1 + x_2 + 17x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 4te^{-8t}y^2 + \mu^2(\sin x + \cos y), & x|_{t=0} = 4\mu, \\ y' = 4y + e^{4t} + 5\mu xe^{4t}, & y|_{t=0} = 5\mu^2. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=8\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = e^t \cdot \sin y + t^5 \cdot \ln \left(\frac{y}{8\pi} \right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$

.....

Вариант 10

1. Найти экстремали функционала

$$I[y] = \int_0^1 (25e^{-10y}(y')^2 + 4e^{-5y}) dt, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = -\frac{1}{5} \ln 2.$$

2. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1'' + x_1 + 3x_2 = 0, \\ 2x_2'' + 3x_1 + 10x_2 + x_3 = 0, \\ x_3'' + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производные по параметру $\frac{\partial x}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ и $\frac{\partial y}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0}$ от компонент решения задачи Коши

$$\begin{cases} x' = 7x + 4te^{7t}y^2 + \mu^2 e^y, & x|_{t=0} = 3\mu, \\ y' = 1 + 5\mu xe^{-7t} + \mu^2 e^x, & y|_{t=0} = 0. \end{cases}$$

4. Найти производную по начальным данным $\frac{\partial y}{\partial y_0} \Big|_{y_0=10\pi}$ от решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = t \cdot \sin y + \cos t \cdot \ln \left(\frac{y}{10\pi} \right), \\ y|_{t=0} = y_0. \end{cases}$$