

Вариант 1

1. Дано уравнение

$$y'' + 2a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{2} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -4t^3y^7, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = (x - 6)(y - a), \\ y' = xy - 12a. \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = x^7 + 3x^2y^4 - x^5, \\ y' = -5x^5y - y^3 + y^5. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = 4x + 4y + 4, \\ y' = x + 4y + 1. \end{cases}$$

.....

Вариант 2

1. Дано уравнение

$$y'' + 5a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{5} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -2ty^5, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = xy - 21a, \\ y' = (x - a)(y - 7). \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 3x^2y^5 + x^5 - x^3, \\ y' = y^9 - y^7 - 4x^3. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = -4x + 3y - 3, \\ y' = 3x - 4y + 4. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Дано уравнение

$$y'' + 7a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{7} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -5t^4y^3, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = (x - 4)(y - a), \\ y' = xy - 16a. \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = x^7 + x^2y^3 - x^5, \\ y' = -4x^5y^2 - y^3 + y^5. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = 5x + 4y - 10, \\ y' = x + 5y - 2. \end{cases}$$

.....

Вариант 4

1. Дано уравнение

$$y'' + 11a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{11} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -2ty^7, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = xy - 18a, \\ y' = (x - a)(y - 3). \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = xy^4 + x^5 - x^3, \\ y' = y^7 - 3x^6y - y^5. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = -5x + 4y + 4, \\ y' = 4x - 5y - 5. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Дано уравнение

$$y'' + 15a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{15} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -3t^2y^5, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = (x - 5)(y - a), \\ y' = xy - 15a. \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = x^7 - x^5 + 2y^6, \\ y' = -x^5y - y^3 + y^5. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = 4x + 9y + 4, \\ y' = x + 4y + 1. \end{cases}$$

.....

Вариант 6

1. Дано уравнение

$$y'' + 17a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{17} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -6t^5y^3, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = xy - 16a, \\ y' = (x - a)(y - 8). \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 3xy^5 + x^5 - x^3, \\ y' = y^5 - 2x^4y^2 - y^3. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = -5x + y - 2, \\ y' = x - 5y + 10. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Дано уравнение

$$y'' + 14a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{14} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -3t^2y^7, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = (x - 3)(y - a), \\ y' = xy - 12a. \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = x^7 - x^5 + x^3y, \\ y' = -6x^8 - y^5 + y^7. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = 5x + 9y - 5, \\ y' = x + 5y - 1. \end{cases}$$

.....

Вариант 8

1. Дано уравнение

$$y'' + 10a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{10} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -4t^3y^5, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = xy - 20a, \\ y' = (x - a)(y - 5). \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 4x^2y^4 + x^7 - x^5, \\ y' = y^5 - 4x^3y - y^3. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = -5x + 2y - 2, \\ y' = 2x - 5y + 5. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Дано уравнение

$$y'' + 6a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{6} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -7t^6y^3, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = (x - 7)(y - a), \\ y' = xy - 14a. \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = x^5 - x^3 + y^{10}, \\ y' = -2x^3y^5 - y^5 + y^7. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = 5x + 8y + 5, \\ y' = 2x + 5y + 2. \end{cases}$$

.....

Вариант 10

1. Дано уравнение

$$y'' + 3a^2y = 2 \cos^2(\sqrt{3} at), \quad a \in \mathbb{R}.$$

а) Найти все решения уравнения при всех $a \in \mathbb{R}$.

б) При каких $a \in \mathbb{R}$ не существует периодических решений?

в) При каких $a \in \mathbb{R}$ существуют периодические решения? Выписать все периодические решения и указать их периоды.

г) При каких $a \in \mathbb{R}$ существует единственное периодическое решение с периодом, равным периоду правой части? Выписать это решение.

2. Используя определения, выяснить, является ли решение задачи Коши устойчивым по Ляпунову, асимптотически устойчивым:

$$\begin{cases} y' = -5t^4y^7, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость в зависимости от параметра $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$:

$$\begin{cases} x' = xy - 24a, \\ y' = (x - a)(y - 4). \end{cases}$$

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 3x^2y^5 + x^7 - x^5, \\ y' = y^7 - 2x^7 - y^5. \end{cases}$$

5. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = -6x + y + 1, \\ y' = x - 6y - 6. \end{cases}$$