

## 1. Квазистационарные явления

### Урок 24

#### Взаимная индукция

1.1. (Задача 6.17) Найти коэффициент взаимной индукции между прямым проводом и проводочным кольцом, если провод лежит в плоскости кольца.

**Решение** Пусть расстояние в плоскости провод-кольцо от провода до центра кольца равно  $b$ , а радиус кольца —  $a$ . Решение этой задачи очень похоже на решение задачи 6.9. Магнитный поток, создаваемый прямым проводом записывается практически также, как магнитный поток в соленоиде. Действительно, если по прямому проводу идет ток  $J$ , то он создает вокруг себя магнитное поле  $H_\varphi = \frac{2J}{cr}$ , где  $r$  — расстояние от провода до точки наблюдения в плоскости провод-кольцо. Тогда поток через площадь кольца от тока по прямому проводу запишется в виде

$$\Phi = \int \mathbf{B} d\mathbf{S} = \frac{2J}{c} \int_{-a}^a \frac{dx}{b+x} 2 \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} dy = \frac{4J}{c} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{b+x} dx.$$

Используя интеграл, посчитанный в задаче 6.9, получаем результат для коэффициента взаимной индукции

$$M = 4\pi \left( b - \sqrt{b^2 - a^2} \right).$$

1.2. (Задача 6.18) Вычислить коэффициент взаимной индукции между прямым проводом и проводочной прямоугольной рамкой  $a \times b$ , если провод лежит в плоскости рамки вдоль одной из ее сторон о длиной  $b$  и на расстоянии  $h$  от ближайшей стороны.

**Решение** См. решение задачи 6.9 и 6.17  $M = 2b \ln(1 + a/h)$ .

1.3. (Задача 6.22) Найти коэффициент взаимной индукции двух катушек трансформатора с Ш-образным сердечником, если зазор  $d \ll a$  (см. рисунок). Справедливо ли равенство  $M_{12} = M_{21}$ .

**Решение** Для решения этой задачи можно воспользоваться аналогией между электрическими цепями и магнитными цепями. Выключим ток во второй катушке и рассмотрим эквивалентную схему, которая показана на рисунке. Расставим токи (как и при решении задач об обычных токах) и выберем для них направления. В соответствии с законами Кирхгофа для показанной цепи

$$\begin{cases} U = 3R\Phi_1 + R\Phi_2 \\ 0 = 3R\Phi_3 + r\Phi_3 - R\Phi_2 \\ 0 = -\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \end{cases}$$

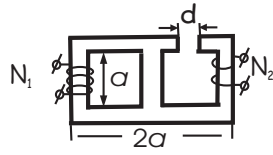
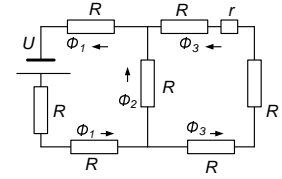


Рис. к задаче 6.22



Эквивалентная схема к задаче 6.22

Решая эту систему уравнений, получим для потока через катушку 2

$$\Phi_3 = \frac{U}{15R + 4r} = \frac{4\pi}{c} N_1 I_1,$$

а потокосцепление через эту катушку

$$N_2 \Phi_3 = \frac{L_{22} I_2 + L_{21} I_1}{c}$$

при разомкнутой второй катушке ток через нее не течет  $I_2 = 0$  и, следовательно

$$\frac{L_{21} I_1}{c} = N_2 \Phi_3 = \frac{4\pi}{c} N_1 N_2 I_1,$$

$$L_{21} = \frac{4\pi N_1 N_2}{15R + 4r}.$$

Аналогично, установив источник в цепи справа, т.е. разомкнув катушку 1 и пропустив ток  $I_2$  по второй катушке, получим для потоков выражения

$$\Phi_2 = -\frac{3\frac{4\pi}{c} N_2 I_2}{15R + 4r}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = \frac{4\pi}{c} N_2 I_2 (4 - 3)$$

$$N_1 \Phi_1 = L_{11} I_1 + L_{12} I_2,$$

но при  $I_1 = 0$

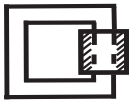
$$\frac{L_{12} I_2}{c} = \frac{4\pi}{c} N_1 N_2 I_2 = \frac{4\pi N_1 N_2}{15R + 4r},$$

откуда получаем

$$L_{12} = L_{21}.$$

### Энергия и давление магнитного поля. Взаимодействие токов с полем

1.4. (Задача 5.28) Зазор магнитопровода ( $\mu \gg 1$ ) окружен плоской шиной, по



которой течет ток  $J$ . Найти давления (по величине и направлению) на поверхности шины и железа (высота зазора много меньше его ширины).

**Решение** Давление внутри области, окруженной шиной (в зазоре) равно

$$p = \frac{H^2}{8\pi}.$$

Направление силы определяется тем, что если ток течет по шине справа от нас, а слева на нас, то магнитное поле направлено вверх. Поскольку сила Ампера пропорциональна  $\mathbf{I} \times \mathbf{H}$ , то ясно, что она будет действовать наружу — раздвигать шину. По величине давление равно плотности магнитной энергии, т.е.

$$p = \frac{H^2}{8\pi}.$$

$$p = \frac{(\mu-1)H^2}{8\pi}.$$

1.5. (Задача 5.29) По кольцу радиуса  $R = 0,1$  м идет ток  $J = 1$  А. Кольцо находится в поле  $H = 100$  Э, которое перпендикулярно плоскости кольца. Найти натяжение кольца в граммах.

**Решение** Сила, действующая со стороны магнитного поля на проводник с током определяется законом Ампера и, поскольку,  $\text{vec} \mathbf{H} \perp \mathbf{J}$ ,

$$F = \frac{1}{c} JH,$$

и вектор силы направлен по радиусу наружу. Работа по увеличению радиуса под действием этой силы

$$\delta A = \int_0^{2\pi} r d\varphi \frac{JH}{c} \delta r = 2\pi r \frac{JH}{c} \delta r.$$

Работа по растяжению окружности на длину  $2\pi\delta r$  (увеличение радиуса на  $\delta r$ ) равна

$$\delta A = 2\pi r \frac{JH}{c} \delta r = 2\pi T \delta r.$$

Таким образом

$$T = \frac{JHR}{c} = 0,1 \text{ г.}$$

1.6. (Задача 5.30) Бесконечный прямолинейный ток  $J_1$  и круговой ток  $J_2$  радиуса  $a$  лежат в одной плоскости. Расстояние от центра кругового тока до прямолинейного равно  $b$  ( $b > a$ ). Найти силу, действующую на круговой ток.

**Решение**  $F = \frac{4\pi J_1 J_2}{c} \left( 1 - \frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}} \right)$ .

1.7. По бесконечному сплошному цилиндрическому проводнику радиуса  $R$  идет ток  $J$ . Найти давление на оси проводника.

**Решение**  $p = \frac{J^2}{2\pi c^2 R^2}$ .