

КОНТРОЛЬНАЯ № 4 (МАРТ 2019)

Комплексный анализ

Преобразование Лапласа, ряд Фурье, преобразование Фурье

Задача 1. (3 points)

Вычислить преобразование Лапласа функции $f(t) = t^\alpha e^{wt}$, где $\alpha \in \mathbb{R}_+$, $w \in \mathbb{C}$.

$$\mathcal{L}(t^\alpha e^{wt}) =$$

Ответ:

$$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{(p-w)^{\alpha+1}}.$$

Задача 2. (4 points)

Пусть $F(p) = \frac{1}{p^2 - p - 2}$, найти $f(t) =$

Ответ:

$$\frac{e^{2t} - e^{-t}}{3}.$$

Задача 3. (2 points)

Вычислить преобразование Лапласа функции $f(t) = e^{-t} \cos 2t$.

$$\mathcal{L}(e^{-t} \cos 2t) =$$

Ответ:

$$\frac{p+1}{(p+1)^2 + 4}.$$

Задача 4. (4 points)

Найти ряд Фурье функции $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $f(0) = 0$.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx} =$$

Ответ:

$$-\frac{2i}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(2n+1)x}}{2n+1}.$$

Задача 5. (3 points)

Найти преобразование Фурье функции $f(x) = \begin{cases} \pi, & \text{если } |x| < 1, \\ 0, & \text{если } |x| > 1, \end{cases}$

$$\hat{f}(\xi) =$$

Ответ:

$$2\pi \sin \xi / \xi.$$

Задача 6. (6 points)

Найти преобразование Фурье функции $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$.

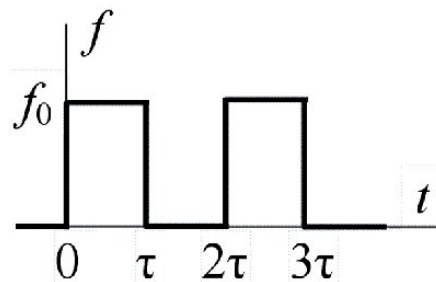
$$\hat{f}(\xi) =$$

Ответ:

$$\hat{f}(\xi) = \pi e^{i\xi - |\xi|}.$$

Задача 7. (13 points)

Найти преобразования Фурье, функции



$$\hat{f}(\xi) =$$

Ответ:

$$f_0 2 \frac{\sin \frac{\tau}{2} \xi}{\xi} (e^{-i \frac{\tau}{2} \xi} + e^{-5i \frac{\tau}{2} \xi}).$$