

КОНТРОЛЬНАЯ № 4 (МАРТ 2017)

Комплексный анализ

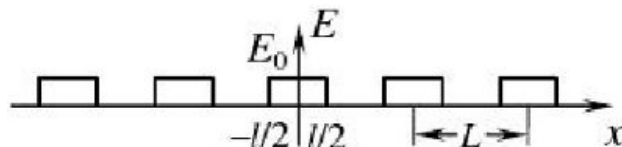
Импульсы, свёртки, преобразование Лапласа, ряд Фурье

Имя _____

Дата _____

Задача 1. (4 points)

Записать функцию через простые импульсы $P_\alpha(x)$ или через функцию Хевисайда $H(x)$.



Задача 2. (3 points)

Пусть $f(x) = x$, $g(x) = x^6$. Найти свёртку

$$(f * g)(x) =$$

Задача 3. (5 points)

Пусть $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b_1}} e^{-\frac{(x-a_1)^2}{2b_1^2}}$ и $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b_2}} e^{-\frac{(x-a_2)^2}{2b_2^2}}$. Найти свёртку

$$(f * g)(x) =$$

Задача 4. (3 points)

Вычислить преобразование Лапласа функции $f(t) = t^\alpha e^{wt}$, где $\alpha \in \mathbb{R}_+$, $w \in \mathbb{C}$.

$$\mathcal{L}(t^\alpha e^{wt}) =$$

Задача 5. (4 points)

Пусть $F(p) = \frac{2p}{(p+1)(p^2+2p+5)}$, найти $f(t)$ (то есть обратное преобразование Лапласа)

$$f(t) =$$

Задача 6. (4 points)

Решить задачу $y'' + 2y' - 3y = 10 \operatorname{sh} 2t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 4$.

$$y(t) =$$

Задача 7. (4 points)

Найти ряд Фурье функции $f(x) = \pi - |x - \frac{\pi}{2}|$, если $x \in (-\pi, \pi)$ и $f(x + 2\pi) = f(x)$.

Задача 8. (5 points)

Найти ряд Фурье функции $f(x) = \frac{1-a^2}{1-2a \cos x + a^2}$.