

# ЭКЗАМЕН (МАРТ 2017)

## Комплексный анализ

Имя \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

**Задача 1.** (2 points)

Вычислить значение функции

$$\sin(\pi/2 + i \ln 2) =$$

**Задача 2.** (2 points)

Пусть  $t \in \mathbb{R}$ , вычислить значение интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{e^{tz} dz}{z^2 + 1} =$$

**Задача 3.** (2 points)

Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=1} \frac{\cos z dz}{z} =$$

**Задача 4.** (3 points)

Пусть  $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} kz^k$ , найти значение в точке  $z = \frac{1}{2}$

$$f(1/2) =$$

**Задача 5.** (4 points)

Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{1+x^2} =$$

**Задача 6.** (2 points)

Вычислить преобразование Лапласа функции  $f(t) = e^{-t} \cos 2t$ .

$$\mathcal{L}(e^{-t} \cos 2t) =$$

**Задача 7.** (3 points)

Используя преобразование Лапласа решить уравнение  $y(t) = \int_0^t y(s) ds + 2$

$$y(t) =$$

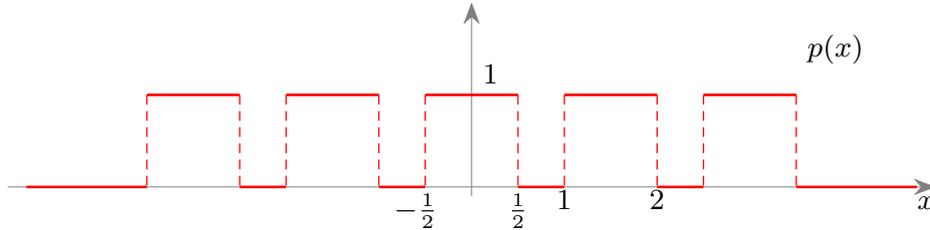
**Задача 8.** (5 points)

Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Фурье

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - |x - \frac{\pi}{2}|, & x \in (0, \pi), \\ |x - \frac{\pi}{2}| - \frac{\pi}{2}, & x \in (-\pi, 0). \end{cases}$$

**Задача 9.** (5 points)

Найти преобразование Фурье функции, состоящей из 5 одинаковых импульсов.



$$\mathcal{F}(p(x)) =$$

**Задача 10.** (10 points)

Используя разложение в ряд Фурье решить задачу

$$\begin{cases} u_{tt}(t, x) - u_{xx}(t, x) = 0, & x \in (0, \pi), t > 0; \\ u(t, 0) = u(t, \pi) = 0, & t > 0; \\ u(0, x) = \frac{\pi}{2} - |x - \frac{\pi}{2}|, & x \in (0, \pi); \\ u_t(0, x) = 0, & x \in (0, \pi). \end{cases}$$

$$u(t, x) =$$

**Задача 11.** (10 points)

Используя преобразование Фурье решить задачу

$$\begin{cases} u_{tt}(t, x) - u_{xx}(t, x) = 0; \\ u(0, x) = e^{-x^2}; \\ u_t(0, x) = 0. \end{cases}$$

$$u(t, x) =$$