

Программа экзамена по ТФКП 2017-2018

1. Комплексная производная. Условия Коши-Римана.
2. Экспонента. Существование, единственность, свойства, формула Эйлера.
3. Комплексный интеграл, определение, свойства. Интеграл по длине. ML -оценка.
4. Интегральная теорема Коши (формула Грина). Интегральная формула Коши.
5. Интеграл типа Коши. Следствие о бесконечной дифференцируемости дифференцируемой функции. Теорема Морера.
6. Теорема Лиувилля. Теорема о среднем.
7. Гармонические функции. Принцип максимума модуля аналитической функции.
8. Степенные ряды. Теорема Вейерштрасса. Теорема Абеля. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Теорема об аналитичности степенного ряда.
9. Теорема Тейлора. Теорема единственности.
10. Эквивалентные определения аналитической функции.
11. Классификация нулей аналитической функции. Теорема о порядке нулей.
12. Ряд Лорана в кольце. Теорема Лорана. Ряд Лорана в бесконечно удалённой точке.
13. Изолированные особые точки. Теорема о классификации особых точек с помощью ряда Лорана.
14. Теорема Сохоцкого о существенно особой точке.
15. Вычет функции в изолированной особой точке. Связь с рядом Лорана. Основная теорема теории вычетов.
16. Вычет в устранимой особой точке. Вычет в простом полюсе. Вычет в полюсе порядка $m \in \mathbb{N}$.
17. Теорема о сумме вычетов. Вычет в бесконечно удалённой точке, случай устранимой особой точки.
18. Лемма Жордана.
19. Преобразование Лапласа. Теорема об аналитичности преобразования Лапласа.
20. Теорема об обратном преобразовании Лапласа.
21. Первая теорема о разложении. Вторая теорема о разложении.
22. Логарифмическая производная. Теорема о количестве нулей и полюсов.
23. Теорема Руше.
24. Конформное отображение. Лемма об аналитической инъекции.

25. Дробно-линейные функции. Конформность. Круговое свойство.
26. Лемма Шварца. Теорема об описании конформных отображений круга на круг.
27. Г-функция. Аналитическое продолжение $\Gamma(z)$ на область $\mathbb{C} \setminus \{0, -1, -2, \dots\}$.
28. Формула дополнения. Аналитичность функции $1/\Gamma(z)$ в \mathbb{C} , нули функции $1/\Gamma(z)$.
29. Асимптотическое поведение функции $\Gamma(\lambda)$ при $\lambda \rightarrow \infty$ (формула Стирлинга).
30. Метод Лапласа для интегралов вида $\int f(x)e^{\lambda S(x)} dx$. Лемма об экспоненциальной оценке.
31. Асимптотика интеграла $\int f(x)e^{\lambda S(x)} dx$ в случае $S'(x) \neq 0$.
32. Лемма Ватсона.
33. Асимптотика интеграла Фурье $\int f(x)e^{i\lambda S(x)} dx$ в случае $S'(x) \neq 0$.
34. Лемма Эрдейи.

Пояснения

В приведённых выше вопросах отражён необходимый теоретический минимум курса. На экзамене полный ответ на любой из этих вопросов должен состоять из формулировок и доказательств указанных утверждений.

Билет будет состоять из трёх вопросов:

- Теория (вопросы 1-34).
- Задача/теория (как на лекциях). Именно те задачи, которые сформулированы в записках лекций. Они пронумерованы от 1 до 38. Решения обсуждались на лекциях, а также в той или иной форме изложены в рекомендованной литературе. Задачи под номерами 1,3,5,9-11,20, 23-26 в экзамен не включены.
- Задача (как на семинарах). Если сумма баллов за задания больше или равна 120, то студент освобождается от третьего вопроса (но это не означает, что тройка уже есть).

Вопросы и замечания можно отправлять на почту nikita2.evseev@gmail.com