

Геометрия рассеяния фотона на атоме

Классический подход

Дипольный момент е-в атоме $\vec{d} = -e\vec{r} = -\alpha\vec{E}_0\cos(\omega t + \varphi)$ Мощность излучения $W = \frac{2}{3c^{3}} \left| \ddot{\vec{d}} \right|^{2} = \frac{2e^{2}}{3c^{3}} \left| \ddot{\vec{r}} \right|^{2} = \frac{\omega^{4}}{3c^{3}} \left| \alpha \vec{E}_{0} \right|^{2}$ $\sigma = \frac{W}{|\vec{S}|} = \frac{8\pi}{3} \frac{\omega^4}{c^4} \alpha^2$

Для свободного e⁻(*b* – кл. радиус): $\sigma = \frac{8\pi}{3}b^2$

Диаграммы рассеяния

Второй порядок теории возмущений *s* – виртуальное состояние





Вероятность процесса рассеяния $dW_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \frac{V\omega'^2 dO}{(2\pi c)^3 \hbar}$

$$V_{fi} = \sum_{s} \left(\frac{V'_{fs}V_{si}}{E_i + \hbar\omega - E_s} + \frac{V_{fs}V'_{si}}{E_i + \hbar\omega - (E_s + \hbar\omega + \hbar\omega')} \right)$$

$$\hbar\omega_{si} = E_s - E_i$$

Матричные элементы (дипольное приближение)

$$V_{si} = \langle s | (\vec{d} e_{\omega}) \frac{i\omega}{c} A_{\omega} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} | i \rangle = (\vec{d}_{si} e_{\omega}) \frac{i\omega}{c} A_{\omega}$$

$$V'_{fs} = \left\langle f \left| (\vec{d} e_{\omega'}) \frac{i\omega'}{c} A_{\omega'} e^{i\vec{k'}r} \right| s \right\rangle = (\vec{d}_{fs} e_{\omega'}) \frac{i\omega'}{c} A_{\omega'}$$

$$e^{i\vec{k}\vec{r}} \approx 1$$
, так как $\vec{k}\vec{r} \approx \alpha << 1$

$$\int_{N_{\omega}-1}^{N_{\omega}} |A_{\omega}|^{2} = \frac{2\pi\hbar c^{2}}{\omega} \frac{N_{\omega}}{V}$$

$$|A_{\omega'}|^2 = \frac{2\pi\hbar c^2}{\omega' V} \qquad \begin{array}{c} N_{\omega'} = 0 \\ \downarrow \\ N_{\omega'} = 1 \end{array}$$

$$\frac{d\sigma_{fi}}{dO} = \frac{\omega\omega'^{3}}{\hbar^{2}c^{4}} \left| \sum_{s} \left[\frac{(\vec{d}_{fs} \ \vec{e}_{\omega'})(\vec{d}_{si} \ \vec{e}_{\omega})}{(\omega - \omega_{si})} - \frac{(\vec{d}_{fs} \ \vec{e}_{\omega})(\vec{d}_{si} \ \vec{e}_{\omega'})}{(\omega' + \omega_{si})} \right]^{2}$$

Формула Крамерса-Гейзенберга

Тензор рассеяния света

$$C_{\alpha\beta} = \frac{1}{\hbar} \sum_{s} \left[\frac{(d_{fs})_{\alpha} (d_{si})_{\beta}}{(\omega - \omega_{si})} - \frac{(d_{si})_{\alpha} (d_{fs})_{\beta}}{(\omega' + \omega_{si})} \right]$$



 $C_{\alpha\beta} \propto \delta_{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{d\sigma_{fi}}{d\Omega} \propto \omega \omega'^3 \left| \vec{e}_{\omega'}^* \vec{e}_{\omega} \right|^2$

Типы рассеяния

• Упругое (релеевское) рассеяние

 $\omega = \omega'$

Неупругое (рамановское) рассеяние

 \overline < \overline ' - антистоксова компонента

 \overline < \overline ' - стоксова компонента



Связь поляризуемости и
релеевского рассеяния

$$f = i \implies C_{\alpha\beta} = \frac{1}{\hbar} \sum_{s} \left[\frac{(d_{is})_{\alpha} (d_{si})_{\beta}}{(\omega - \omega_{si})} - \frac{(d_{si})_{\alpha} (d_{is})_{\beta}}{(\omega + \omega_{si})} \right]$$
Рассеянный свет
когерентен падающему
 \downarrow
Теорема
Эвальда-Озеена
 \downarrow
Рассеяние происходит при
наличии флуктуаций



Полное сечение резонансной флуоресценции

Суммируем по конечным состояниям

$$\sum_{\substack{\vec{e}_{\omega'}}} \int \left| \overrightarrow{d}_{fs} \, \overrightarrow{e}_{\omega'} \right|^2 d\Omega = \frac{8\pi}{3} \left| d_{fs} \right|^2$$

Усредняем по исходным состояниям

$$\left| \stackrel{\rightarrow}{d_{si}} \stackrel{\rightarrow}{e_{\omega}} \right|^{2} = \frac{1}{3} \left| d_{si} \right|^{2}$$

$$\sigma_{fi} = \frac{8\pi\omega\omega'^{3}}{9\hbar^{2}c^{4}} \frac{|d_{fs}|^{2} |d_{si}|^{2}}{(\omega - \omega_{si})^{2} + (\gamma_{s}^{2}/4)}$$

Сечение резонансной флуоресценции через вероятности переходов

Вероятность перехода

$$W_{ks} = \frac{4}{3} \frac{\omega_{ks}^{3} |d_{ks}|^{2}}{\hbar^{2} c^{4}}$$

$$\sigma_{fi} = \frac{\pi \omega \omega'^{3} c^{2}}{2\omega_{si}^{3} \omega_{fs}^{3}} \frac{W_{fs} W_{si}}{(\omega - \omega_{si})^{2} + (\gamma_{s}^{2} / 4)} \qquad \qquad \omega \approx \omega_{si}$$

$$\sigma_{fi} \approx \frac{\pi}{2} \frac{c^2}{\omega_{si}^2} \frac{W_{fs} W_{si}}{(\omega - \omega_{si})^2 + (\gamma_s^2 / 4)}$$

Полное сечение неупругого резонансного рассеяния





Точный резонанс

 $\omega = \omega' = \omega_{1s} \implies \sigma = \frac{\lambda^2 W_{1s}^2}{2\pi \gamma_s^2}$

s – первое возбужденное состояние

 $W_{1s} = \gamma_s$



Нерезонансное упругое рассеяние

 $\hbar\omega >> \Delta E_{nepb.bos \delta. \rightarrow 1}$

 $|d_{s1}|^2 \approx e^2 a^2$ $\hbar \omega \approx \frac{e^2}{a}$

 $\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{\omega^4}{\hbar^2 c^4} \frac{e^4 a^4}{\omega^2} \approx \alpha^4 a^2 \approx Z^2 r_e^2$

Правило сумм сил осцилляторов

 $\sum_{f} \frac{2m\omega}{3\hbar} \left| d_{fi} \right|^2 = Z$

 $\frac{d\sigma}{d\Omega} = Z^2 r_e^2 \left(\vec{e}_{\omega} \vec{e}_{\omega'} \right)$

Томсоновское рассеяние

Нерезонансное упругое рассеяние $\hbar\omega << \Delta E_{nepb.bo36.\rightarrow 1}$

 $|d_{s1}|^2 \approx e^2 a^2$ $\hbar \omega_{s1} \approx \frac{e^2}{a}$

 $\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{\omega^4}{\hbar^2 c^4} \frac{e^4 a^4}{\omega_{si}^2} \approx \alpha^4 a^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{si}}\right)^4 \approx Z^2 r_e^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{si}}\right)^4$

Атом водорода

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{81}{64} r_e^2 \left(\frac{\omega}{\omega_R}\right)^4 \left(\vec{e}_{\omega}\vec{e}_{\omega'}\right)$$

$$\hbar\omega_{R} = \frac{me^{4}}{2\hbar^{2}}$$

Зависимость коэффициента поглощения и зависимость показателя преломления от длины волны света в области полосы поглощения



Вынужденное комбинационное рассеяние

Было:

 $\left|A_{\omega}\right|^{2} = \frac{2\pi\hbar c^{2}}{\omega} \frac{N_{\omega}}{V} \qquad \left|A_{\omega'}\right|^{2} = \frac{2\pi\hbar c^{2}}{\omega' V}$

 $W_{fi}^{BKP} = W_{fi}^{CNOHM} N_{\omega'} \propto J_1 J_2$

Индикатрисса рассеяния (поляризованный свет)

$$C_{\alpha\beta} \propto \delta_{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{d\sigma_{fi}}{dO} \propto \left|\vec{e}_{\omega'}^* \vec{e}_{\omega}\right|^2 \propto \sin^2 \theta$$



Индикатрисса рассеяния (неполяризованный свет)



Примеры рассеяния

Сравнение фотографий, полученных с помощью поляризационного фильтра и без



Радуга





Гало





Инверсионный след



Двухфотонное поглощение



$$\frac{kc}{\omega} = n + i\chi$$

- соотношение
- _ дисперсионное

$$\vec{J}_1 = \vec{k}\,\hbar n_\omega c^2$$

_ поток мощности через единицу поверхности

$$|V_{si}|^{2} = \left(\overrightarrow{d} e_{1}\right)^{2} \frac{2\pi}{c} \hbar \omega_{1} n_{\omega} c = \left(\overrightarrow{d}_{si} e_{1}\right)^{2} \frac{2\pi}{c} J_{1} \frac{\omega_{1}}{kc}$$

$$\left|\tilde{V}_{fi}\right|^{2} = \left|\sum_{s} \left[\frac{\left(\vec{d}_{fs} \cdot \vec{e}_{2}\right)\left(\vec{d}_{si} \cdot \vec{e}_{1}\right)}{\left(\omega_{si} - \omega_{1}\right)} + \frac{\left(\vec{d}_{fs} \cdot \vec{e}_{1}\right)\left(\vec{d}_{si} \cdot \vec{e}_{2}\right)}{\left(\omega_{si} - \omega_{2}\right)}\right|^{2}$$

$$\left|V_{fi}\right|^{2} = \left(\frac{2\pi}{\hbar c}\right)^{2} \frac{\omega_{1}}{k_{1}c} \frac{\omega_{2}}{k_{2}c} J_{1}J_{2} \left|\tilde{V}_{fi}\right|^{2}$$

Вероятность двухфотонного поглощения

Учет конечной ширины уровней

$$\delta\left(E_{f}-E_{i}-\hbar\omega_{1}-\hbar\omega_{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2\pi\hbar} \frac{\gamma_{fi}/2}{\left(\omega_{fi}-\omega_{1}-\omega_{2}\right)^{2}+\left(\gamma_{fi}/2\right)^{2}}$$

$$W_{fi} = \frac{(2\pi)^2}{\hbar^4 c^4} \frac{\omega_1 \omega_2}{k_1 k_2} J_1 J_2 \left| \widetilde{V}_{fi} \right|^2 \frac{\gamma_{fi}/2}{(\omega_{fi} - \omega_1 - \omega_2)^2 + (\gamma_{fi}/2)^2}$$
Вероятность двухфотонного излучения $\left|d_{fi}\right|^2 \approx e^2 a^2$ $\hbar \omega_{fi} \approx \frac{e^2}{a}$ $W_{fi} \approx \frac{1}{\hbar} \frac{(Ad \,\omega/c)^4}{(\hbar \omega)^2} \delta(\Delta E) V d^3 k_1 V d^3 k_2$ $W_{fi} \approx \frac{V^2}{\hbar^2 \omega^2 \hbar} \left(\frac{\hbar^2 c^4}{\omega^2 V^2} \frac{e^4 a^4}{c^4} \frac{e^8}{\hbar^4 a^4} \right) \frac{\omega^3}{c^3} \frac{\omega^2}{\hbar c^3} \approx \omega \alpha^6$

Вероятность двухфотонного излучения





 $W_{fi} \approx \frac{1}{\hbar} \left| A_{fi}^2 e^2 / mc^2 \right|^2 \delta(\Delta E) V d^3 k_1 V d^3 k_2$

$$W_{fi} \approx \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\hbar^2 c^4}{\omega^2 V^2} \frac{e^4}{m^2 c^4} \left| \left\langle e^{ikr} \right\rangle_{fi} \right|^2 \right) V^2 \frac{\omega^3}{c^3} \frac{\omega^2}{\hbar c^3}$$

$$W_{fi} \approx \omega \alpha^6 \left| \left\langle e^{ikr} \right\rangle_{fi} \right|^2 \approx \omega \alpha^{10}$$

Генерация третьей гармоники

$$V_{fi} = \sum \frac{V_{fs_1}V_{s_1s_2}V_{s_2s_3}V_{s_3i}}{(E_i - E_{s_1})(E_i - E_{s_2})(E_i - E_{s_3})}$$

Учет когерентности

 $V_{lphaeta} \propto e^{i \vec{k} \vec{r}}$



$$\begin{aligned} \sum_{r} \left| \sum_{r} e^{i\Delta k\bar{r}} \right|^{2} \rightarrow \left(\frac{N}{V}\right)^{2} \left| \int d^{3}r \int e^{i\Delta \bar{k}(r-r')} d^{3}r' \right|^{2} = \\ = 4 \left(\frac{N}{V}\right)^{2} \delta(\Delta k_{z}) \delta(\Delta k_{y}) \frac{V}{L} \frac{\sin^{2}(\Delta k_{x}L)}{(\Delta k_{x})^{2}} \\ \frac{dJ_{3}}{dx} = W_{3} \frac{\hbar \omega_{3}}{V} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \Delta k = 0, \ \Delta \omega = 0 => \\ 3k_{1} = k_{3}, \ 3\omega_{1} = \omega_{3} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} J_{3} = \frac{(2\pi)^{3}}{c^{8}\hbar^{6}} \left(\frac{N}{V}\right)^{2} \left| \widetilde{V}_{3} \right| \frac{\omega_{1}^{3}\omega_{3}^{3}\sin^{2}(\frac{1}{2}\Delta kL)}{k_{3}k_{1}^{3}(\Delta k)^{2}} J_{1}^{3} \end{aligned}$$

Другие четырёхфотонные процессы









Коротковолновые лазеры



Коротковолновые лазеры





Перестраиваемые лазеры



VIBRANT LD 355 II. Schematic Lavout

- Pump Laser, Brilliant (B) 1
- 2 3 **Steering Mirror**
- Waveplate
- 4 **Steering Mirror**
- 5 Second Harmonic Generator (SHG)
- 6 **Rejecting Mirror**

- Third Harmonic Generator (THG) 7
- 8 Wavelength separation Mirrors
- 9 **Steering Mirror**
- 10 OPO model LD 355 II
- 11 Polarizer

Движение атомов в резонансных световых полях

1619 г. – Иоганн Кеплер
отклонение хвоста кометы
солнечным светом



 1873 г. – Джеймс Клерк Максвелл показал, что плотность потока импульса волны (давление) равна плотности энергии E²/4π



Движение атомов в резонансных световых полях

- 1899 г. Петр Николаевич Лебедев измерил давление света
- 1909 г. Альберт Эйнштейн

впервые указал на микроскопическое воздействие излучения на атомы

• 1968 г. – Сергей Глебович Раутиан

впервые исследовал микроскопическиеуравненияматрицыплотности,учитывающиеизменениеимпульсаивнутреннеесостояниеатомаприпоглощении и испускании фотона.







о – частота фотона

 ω_0 – резонансная частота перехода атома $N_0 = N_1 + N_2$ – полное число атомов N_1 , N_2 – число атомов в состояниях 1 и 2 N_+ , N_- - число поглощенных и индуцированных фотонов за время Δt

Обмен импульсом между атомом и фотоном $\vec{hk} = \pm M \vec{U}$

Обмен энергией между атомом и фотоном

$\hbar\omega = \frac{1}{2}M\vec{\upsilon}^2 \pm \hbar\omega_0$

(+ поглощение, – испускание)





Спонтанное излучение пространственно хаотично

$$\left\langle \sum_{s} \hbar \vec{k}_{s} \right\rangle = 0$$

Средняя сила, действующая на атом

$$\vec{F} = \frac{\Delta \langle \vec{p} \rangle}{\Delta t} = \frac{\hbar \vec{k} (\langle N_+ \rangle - \langle N_- \rangle)}{\Delta t} = \frac{\hbar \vec{k} \langle N_i \rangle}{\Delta t}$$

Сечение поглощения фотона $=\frac{\pi^{2}c^{2}}{\omega^{2}}W_{0}\frac{1}{2\pi}\frac{\gamma}{(\omega-\omega_{0})^{2}+(\gamma/2)^{2}}$

В центре линии

 $\sigma_{21}^{0} = \frac{2\pi c^2 W_0}{\omega^2 V}$

Вероятность поглощения и вынужденного излучения

 $W_B = \sigma_{21} n_{\phi} C$

 n_{ϕ} – плотность падающих фотонов пусть статвеса равны g = 1

Определение заселенности уровней

$$\begin{cases} W_B(N_2 - N_1) + W_0 N_2 = 0 \\ N_1 + N_2 = N_0 \end{cases}$$

откуда

$$N_1 = \frac{W_B + W_0}{W_0 + 2W_B} N_0$$

$$N_2 = \frac{W_B}{W_0 + 2W_B} N_0$$

$$\frac{d\langle N_+\rangle}{dt} = \sigma_{12}n_{\phi}cN_1 \qquad \frac{d\langle N_-\rangle}{dt} = \sigma_{12}n_{\phi}cN_2$$
$$\frac{d(\langle N_+\rangle - \langle N_-\rangle)}{dt} = -W_B(N_2 - N_1) = W_0N_2$$
$$\vec{F} = \hbar \vec{k} \frac{W_0W_B}{W_0 + 2W_B} = \hbar \vec{k}W_0 \frac{W_B/W_0}{1 + 2(W_B/W_0)}$$



Перейдем в лабораторную систему отсчета

Эффект Допплера

 $\omega' = \omega + k \vec{\upsilon}$

Частота расстройки $\Omega = \omega' - \omega_0$

Параметр насыщения

 $G = \sigma_{21}^0 n_{\phi} c / W_0$

Средняя сила воздействия со стороны фотонов на движущийся атом

$$\vec{F} = \hbar \vec{k} W_0 \left\{ \frac{G}{2G + \left[(\Omega - \vec{k} \vec{\upsilon}) / (\gamma / 2) \right]^2 + 1} \right\}$$

при
$$\Omega - \vec{k}\vec{\upsilon} = 0$$
 и $G >> 1$

$$\vec{F} = \hbar \vec{k} W_0 / 2$$

Интервал резонансных скоростей атомов

$(|\Omega| - \gamma_s)/k \le \upsilon_z \le (|\Omega| + \gamma_s)/k$

 $\gamma_s = \frac{\gamma}{2}\sqrt{1+2G}$

Определение характерного времени резонансного взаимодействия $v_r = \hbar k / M$ – скорость отдачи атома $E_a = (\hbar k)^2 / 2M$ – энергия отдачи атома $\Delta \upsilon_z \sim \frac{\gamma_s}{k} \sim \frac{\gamma}{k} (1+2G)^{1/2}$ $\Delta \upsilon_z \sim \frac{F}{M} \tau_f \sim \gamma \upsilon_r \frac{G}{1+2G} \tau_f$ $\tau_f \sim \frac{\left(1+2G\right)^{3/2}}{G} \frac{\hbar}{E_a} \sim \sqrt{G} \frac{\hbar}{E_a}$

Эффективность воздействия фотона на атом

Энергия излучения

 $G = \sigma_{21}^0 n_{\phi} c / W_0$

 $Q = \sigma J \tau_f = \gamma \hbar \omega G \tau_f \sim \gamma \hbar \omega G^{3/2} \frac{\hbar}{E}$

 $\frac{\gamma\hbar}{E_{\alpha}} \sim \frac{e^2 \omega^2}{mc^3} \hbar \left/ \frac{\hbar^2 k^2}{M} = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{M}{m} = \alpha \frac{M}{m}$

 $\upsilon_z \sim \frac{\gamma}{2k} \sqrt{1 + 2G}$ $G = \left(\frac{\upsilon_z}{c} \frac{mc^2}{\hbar\omega} \frac{1}{2\alpha}\right)^2 - 1$ $v_z \sim 10^4 \frac{CM}{C} \implies G \sim 10^2$ $Q \approx 10^4 \left(\frac{M}{m}\right) \hbar \omega \sim 10^7 \hbar \omega$

Деформация функции распределения



Рис. 5.1. Качественный характер деформации скоростного распределения $w(v_z)$ ансамбля атомов и зависимость силы светового давления F от проекции скорости v_z ($t_0 < t_1 < t_2$)



Светоиндуцированный дрейф (СИД)



Гельмуханов Ф.Х., Чаповский П.Л, Шалагин А.М.

Постановка задачи

- имеется смесь двух газов (двух атомных ансамблей)
- освещаем ее в направлении *z* плоской волной с частотой ω, близкой к частоте перехода ω₀ одной из компонент смеси
- *т* верхний уровень атома
- п нижний уровень
- ρ(υ_z) функция распределения резонансных атомов по скоростям

Резонансная скорость

$$U_{pes} = \Omega/k = \frac{\omega - \omega_0}{k_z}$$

Эффективный интервал скоростей

$\Delta \upsilon \sim \Gamma / k$

Деформация функции

распределения атомов по скоростям





в отсутствие столкновений $J_m = J_n$

Сила сопротивления потоку

$$F_{mpeh}^{m} = -M v_{cmonk}^{m} J_{m}$$

$$F_{mpeh}^{n} = -Mv_{cmon\kappa}^{n}J_{n}$$


Светоиндуцированный дрейф

$$F = M \left[(v_{cmon\kappa}^m - v_{cmon\kappa}^n) J_m - v_{cmon\kappa}^n J \right]$$

$$J = \frac{\left(v_{cmon\kappa}^{m} - v_{cmon\kappa}^{n}\right)}{v_{cmon\kappa}^{m}}J_{m}$$

$$\boldsymbol{\upsilon}_{\partial p e \check{\boldsymbol{\upsilon}} \phi a} = \frac{\left(\boldsymbol{\nu}_{cmon\kappa}^{m} - \boldsymbol{\nu}_{cmon\kappa}^{n}\right)}{\boldsymbol{\nu}_{cmon\kappa}^{m}} \frac{N_{n}}{N} \boldsymbol{\upsilon}_{n}$$





Демон Максвелла

