

1-1. Найти массу квадрата со стороной длины 1, центром в точке $(2,2)$, повернутого на угол 45° по отношению к осям координат, если его плотность в точке (x,y) равна $x + 2y$.

1-2. Найти массу квадрата со стороной длины 1, центром в точке $(2,1)$, повернутого на угол 45° по отношению к осям координат, если его плотность в точке (x,y) равна $x - y + 2$.

1-3. Найти массу квадрата со стороной длины 2, центром в точке $(1,2)$, повернутого на угол 45° по отношению к осям координат, если его плотность в точке (x,y) равна $x + y$.

1-4. Найти массу квадрата со стороной длины 2, центром в точке $(2,1)$, повернутого на угол 45° по отношению к осям координат, если его плотность в точке (x,y) равна $x + y + 2$.

1-5. Найти массу диска радиуса 13 с центром в точке $(5,12)$, плотность которого в точке (x,y) равна числу $x + y + 7$.

1-6. Найти массу диска радиуса 5 с центром в точке $(3,4)$, плотность которого в точке (x,y) равна числу $x + y + 3$.

1-7. Найти массу диска радиуса 3 с центром в точке $(0,3)$, плотность которого в точке (x,y) равна числу $x - y + 8$.

1-8. Найти массу диска радиуса 2 с центром в точке $(3,0)$, плотность которого в точке (x,y) равна числу $x + 2y$.

1-9. Найти $\int_0^{\infty} \exp(t^{-\frac{1}{6}}) dt$.

1-10. Найти $\int_0^{\infty} \exp(t^{-\frac{1}{5}}) dt$.

1-11. Найти $\int_0^{\infty} \exp(t^{-\frac{1}{7}}) dt$.

1-12. Найти $\int_0^{\infty} \exp(t^{-\frac{1}{4}}) dt$.

1-13. Найти $\int_{-\infty}^{\infty} \sin(e^{\pi x}) dx$.

1-14. Найти $\int_{-\infty}^{\infty} \sin(e^{2x})dx$.

1-15. Найти $\int_{-\infty}^{\infty} \sin(e^{3x})dx$.

1-16. Найти $\int_{-\infty}^{\infty} \sin(e^{4x})dx$.

2-1. Доказать: $F(\alpha) = \int_{x^2+y^2+z^2 \leq 4} \sin((x+\alpha)(y+\alpha^2)(z^2-\alpha^3))d(x,y,z)$ непрерывна при всех α .

2-2. Доказать: $F(\alpha) = \int_{x^2+y^2+z^2 \leq 9} \sin(x+\alpha) \cos((y^2+\alpha z))d(x,y,z)$ непрерывна при всех α .

2-3. Доказать: $F(\alpha) = \int_{x^2+y^2 \leq z \leq 1} \cos((xy+\alpha)(z+\arctg \alpha))d(x,y,z)$ непрерывна при всех α .

2-4. Доказать: $F(\alpha) = \int_{|x|+|y| \leq z \leq 1} \cos((x+\alpha)(yz+\arctg \alpha))d(x,y,z)$ непрерывна при всех α .

2-5. Доказать: $F(\alpha, \beta) = \int_{x^2+y^2 \leq 1} \cos((xy+\alpha)(x+y+\beta))d(x,y)$ непрерывна при всех α, β .

2-6. Доказать: $F(\alpha, \beta) = \int_{x^4+y^4 \leq 1} \cos((x+\alpha)(y+\beta))d(x,y)$ непрерывна при всех α, β .

2-7. Доказать: $F(\alpha, \beta) = \int_{x^{20}+y^{14} \leq 1} \cos(xy+\alpha) \sin(x+y+\beta))d(x,y)$ непрерывна при всех α, β .

2-8. Доказать: $F(\alpha, \beta) = \int_{x^4+y^2 \leq 1} \cos(x+\alpha) \sin(y+\beta)d(x,y)$ непрерывна при всех α, β .

2-9. Доказать: $F(\alpha, \beta, \gamma) = \int_0^7 \cos(x+\alpha) \sin(x^2+\beta\gamma))dx$ непрерывна при всех α, β, γ .

2-10. Доказать: $F(\alpha, \beta, \gamma) = \int_{-5}^5 \cos(x^2+\alpha) \sin(x+\beta\gamma)dx$ непрерывна при всех α, β, γ .

2-11. Доказать: $F(\alpha, \beta, \gamma) = \int_{20}^{14} \cos(x^2 + \alpha) \sin(2x + \beta\gamma) dx$ непрерывна при всех α, β, γ .

2-12. Доказать: $F(\alpha, \beta, \gamma) = \int_{-20}^{14} \cos(x + \alpha) \sin(x + \beta\gamma) dx$ непрерывна при всех α, β, γ .

2-13. Доказать: $F(\alpha) = \int_0^{\infty} \frac{\sin(\alpha^2 x)}{1+x^3} dx$ дифференцируема при всех α .

2-14. Доказать: $F(\alpha) = \int_0^{\infty} \frac{\cos(\alpha^2 x^2)}{1+x^4} dx$ дифференцируема при всех α .

2-15. Доказать: $F(\alpha) = \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(\alpha^2 x)}{x^3} dx$ дифференцируема при всех α .

2-16. Доказать: $F(\alpha) = \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(\alpha^4 x^2)}{x^4} dx$ дифференцируема при всех α .

3-1. Найти значение дифференциальной 2-формы $x df \wedge dg$, где $f = \operatorname{arctg}(xyz)$, $g = \sin(xyz)$, в точке $(1, 0, 1)$ на паре векторов $\langle (1, 1, -1), (2, 2, -2) \rangle$.

3-2. Найти значение дифференциальной 2-формы $(x+y+z) df \wedge dg$, где $f = \operatorname{arctg}(xy+z)$, $g = \sin(xyz)$, в точке $(1, 0, -1)$ на паре векторов $\langle (1, 1, -1), (2, 1, -2) \rangle$.

3-3. Найти значение дифференциальной 2-формы $z df \wedge dg$, где $f = \sin^2(xyz)$, $g = \sin(xyz)$, в точке $(1, 0, 1)$ на паре векторов $\langle (1, 1, -1), (2, 1, -2) \rangle$.

3-4. Найти какой-нибудь ненулевой вектор $v \in \mathbb{R}^3$ такой, что для любого вектора u 2-форма $dx \wedge dy + 2dz \wedge dx$ равна нулю на паре векторов $\langle v, u \rangle$.

3-5. Найти какой-нибудь ненулевой вектор $v \in \mathbb{R}^3$ такой, что для любого вектора u 2-форма $3dx \wedge dy + dz \wedge dx$ равна нулю на паре векторов $\langle v, u \rangle$.

3-6. Найти какой-нибудь ненулевой вектор $v \in \mathbb{R}^3$ такой, что для любого вектора u 2-форма $dx \wedge dy + 2dz \wedge dx + dy \wedge dz$ равна нулю на паре векторов $\langle v, u \rangle$.

3-7. Найти какой-нибудь ненулевой вектор $v \in \mathbb{R}^3$ такой, что для любого вектора u 2-форма $3dx \wedge dy + dz \wedge dx + 2dy \wedge dz$ равна нулю на паре векторов $\langle v, u \rangle$.

3-8. При каких $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ 2-форма $x dy \wedge dz + y dz \wedge dx + z dx \wedge dy$ равна нулю в точке (x, y, z) на паре векторов $\langle (1, 1, 1), (1, 2, 3) \rangle$?

3-9. При каких $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ 2-форма $x dy \wedge dz + y dz \wedge dx + z dx \wedge dy$ равна нулю в точке (x, y, z) на паре векторов $\langle (1, 1, 1), (1, 2, 3) \rangle$?

3-10. При каких $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ значение 3-формы $(x + 2y + 3z)dx \wedge dy \wedge dz$ на тройке векторов $\langle (1, 1, 1), (1, 2, 3), (2, 2, 0) \rangle$ равно 5?

3-11. При каких $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ значение 3-формы $(x + y + 2z)dx \wedge dy \wedge dz$ на тройке векторов $\langle (1, 0, 1), (1, 2, 3), (2, 2, 0) \rangle$ равно 2?

3-12. Найти какую-нибудь непостоянную функцию $f(x, y)$, чтобы дифференциальная форма $df \wedge (dx + 4dy)$ на плоскости была замкнутой.

3-13. Найти какую-нибудь непостоянную функцию $f(x, y)$, чтобы дифференциальная форма $df \wedge (dx - 4dy + dz)$ на плоскости была точной в $\mathbb{R}^3$.

3-14. Найти какую-нибудь ненулевую 1-форму α такую, чтобы 2-форма $\alpha \wedge (xdy - zdx)$ была замкнутой в $\mathbb{R}^3$.

3-15. Найти какую-нибудь ненулевую 1-форму α такую, чтобы 2-форма $\alpha \wedge (xdy + ydx + dz)$ была точной в $\mathbb{R}^3$.

3-16. Найти какую-нибудь ненулевую 2-форму α такую, чтобы 3-форма $\alpha \wedge (dx + dy + dz)$ была точной в $\mathbb{R}^3$.