

План лекций по курсу «Комплексный анализ»

1. Комплексные числа

Лекции 1–2: Вводная лекция. Различные системы чисел. Определение комплексных чисел. Арифметические операции над комплексными числами.

Лекции 3–4: Возведение в целую степень. Извлечение квадратного корня. Комплексная плоскость

Лекции 5–8: Модуль и аргумент комплексного числа. Геометрический смысл арифметических операций. Полярные координаты. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексного числа.

Лекции 9–10: Последовательности и ряды комплексных чисел. Предел последовательности. Сумма ряда.

2. Функции комплексного переменного.

Лекции 11–14: Функции комплексного переменного. Пределы и непрерывность функций. Экспонента, синус, косинус, синус гиперболический и косинус гиперболический как суммы степенных рядов. Формулы Эйлера. Простейшие свойства элементарных функций комплексного переменного. Логарифм, арксинус, арккосинус, арсинус гиперболический, аркосинус гиперболический и их простейшие свойства.

Лекции 15–20: Аналитические функции. Дифференцирование функций комплексного переменного. Свойства производных. Условия Коши–Римана. Вычисление производных от логарифма, арксинуса, арккосинуса, арсинуса гиперболического, аркосинуса гиперболического. Уравнение Лапласа. Полярные координаты на плоскости. Условия Коши–Римана в полярных координатах. Уравнение Лапласа в полярных координатах.

3. Интегрирование комплексных функций.

Лекции 21–24: Интегрирование комплексных функций. Свойства интеграла: линейность, аддитивность, замена переменной, изменение направления обхода, связь с криволинейными интегралами. Интегральная теорема Коши.

Лекции 25–26: Интегральная формула Коши и её применение для вычисления интегралов. Интеграл типа Коши. Интегральное представление для производных.

Лекции 27–28: Теорема Мореры. Принцип максимума модуля аналитической функции.

Лекции 29–32: Теорема Тейлора.

4. Теория вычетов

Лекции 33–34: Ряд Лорана. Особые точки функции.

Лекции 35–38: Классификация особых точек аналитической функции. Элементы теории вычетов.

Лекции 39–42: Основная теорема теории вычетов. Применения теории вычетов к вычислению интегралов.

Лекции 43–44: Лемма Жордана. Вычисление интегралов различными способами.

5. Ряд Фурье

Лекции 45–49: Ряд Фурье. Постановка задачи о разложении 2π - периодической функции в ряд Фурье. Ряд Фурье в комплексной форме.

Лекции 50–53: Ряд Фурье с произвольным периодом. Разложение чётных и нечётных функций.

Лекции 54–55: Равенство Парсеваля.

6. Преобразование Фурье.

Лекции 56–59: Прямое и обратное Преобразование Фурье от производной. Теорема свёртки для преобразования Фурье.

Лекции 60–65: Свойства преобразования Фурье (линейность, сдвиг по фазе, сдвиг по аргументу). Примеры вычисления преобразований. Решение задач.

Лекции 66–71: Решение задач. Дифференциальные уравнения (поиск периодических решений).

Лекции 72–73: Решение задач. Интегральные уравнения.

7. Преобразование Лапласа.

Лекции 74–80: Преобразования Лапласа. Изображения и оригиналы. Преобразование Лапласа от производной. Теорема смещения. Теорема запаздывания для преобразования Лапласа. Вычисление изображений и оригиналов.

Лекции 81–84: Дифференцирование изображения. Интегрирование изображения. Обратное преобразование Лапласа. Вычисление интегралов с помощью преобразования Лапласа. Решение задачи Коши для линейных дифференциальных уравнений.

Лекции 85–88: Интегральные уравнения Волтерра первого и второго рода.

8. Дополнительные вопросы и задачи.

Лекции 89–90: Повторений пройденного, решение задач.

Лекции 91–96: Повторений пройденного, решение задач.

Список рекомендованной литературы

Бицадзе А. В. *Основы теории аналитических функций комплексного переменного*. М.: Наука, 1972.

Волковыский Л. И., Лунц Г. Л., Абрамович И. Г. *Сборник задач по теории функций комплексного переменного*. М.: Физматлит, 2002.

Евсеев Н. А. *Комплексные числа*. Новосибирск: НГУ, 2015.

Маркушевич А. И. *Теория аналитических функций. Т. 1, 2*. М.: Наука, 1967.