

Вопросы к экзаменам по ТФКП ФФ, 2 курс 2013/2014 учебный год

1. Определение комплексных чисел; арифметические операции над ними; модуль, аргумент, неравенство треугольника; показательная и тригонометрическая форма записи.
2. Определение открытого, замкнутого, связного множества; определение области.
3. Стереографическая проекция; бесконечно удаленная точка, окрестность бесконечно удаленной точки. Образы прямых и окружностей (б/д). Определение предела последовательности, функции.
4. Определение элементарных функций комплексного переменного (показательная, тригонометрические, гиперболические).
5. Определение производной. Условия Коши-Римана. Сопряженные гармонические функции. Существование сопряженной гармонической функции в односвязной области. Различные формы записи производной.
6. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
7. Приращение аргумента. Элементарные многозначные функции (корни n -й степени, логарифм). Выделение однозначных ветвей.
8. Определение интеграла, вычисление интеграла по кусочно-гладкой кривой. Свойства: линейность, аддитивность, зависимость от ориентации, оценка модуля интеграла.
9. Интегральная теорема Коши для непрерывно дифференцируемых функций. Теорема Коши в общем случае (б/д). Распространение на неодносвязные области.
10. Определение первообразной. Теорема о существовании первообразной в односвязной области. Свойства: общий вид первообразной, формула интегрирования по частям.
11. Интегральная формула Коши. Формула для производных. Бесконечная дифференцируемость дифференцируемой функции.

12. Степенные ряды. Круговая теорема Абеля. Радиальная теорема Абеля (б/д). Вычисление радиуса сходимости (формула Коши-Адемара) (б/д). Почленное дифференцирование степенного ряда.
13. Определение регулярной функции. Регулярность дифференцируемой функции. Теорема Морера. Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса (б/д).
14. Определение нуля регулярной функции. Критерий нуля порядка m . Изолированность нулей регулярной функции. Теорема единственности. Принцип максимума модуля.
15. Регулярность интегралов, зависящих от параметра (собственный и несобственный случаи).
16. Определение ряда Лорана и его сходимости. Теорема о разложении регулярной в кольце функции в сходящийся ряд Лорана. Единственность разложения. Оценка коэффициентов разложения.
17. Определение и классификация изолированных особых точек однозначного характера. Критерии у.о.т., полюса, с.о.т. Бесконечно удаленная точка как особая, ее тип. Критерии. Теорема Лиувилля (б/д). Основная теорема алгебры.
18. Определение вычета в конечной изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсе, в с.о.т. Основная теорема теории вычетов. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме вычетов. Распространение основной теоремы на области, содержащие окрестность бесконечно удаленной точки.
19. Лемма Жордана. Приложения теории вычетов к вычислению определенных интегралов (все типы, рассмотренные в лекциях, с доказательствами).
20. Теорема о количестве нулей и полюсов. Принцип аргумента. Теорема Руше.
21. Определение дробно-линейного отображения. Свойства: взаимная однозначность, регулярность, групповое свойство, круговое свойство. Сохранение симметрии (б/д). Теорема о существовании и единственности дробно-линейного отображения, переводящего 3 точки в 3 точки.

22. Дробно-линейные отображения классических областей (круг на круг, полуплоскость на круг, полуплоскость на полуплоскость). Принцип сохранения границы для дробно-линейных отображений (б/д).
23. Определение оригинала и его изображения. Теорема о регулярности изображения. Поведение изображения на бесконечности. Теорема об обращении преобразования Лапласа (о восстановлении оригинала). Теорема о существовании оригинала (б/д). Теорема разложения для рациональных функций. Основные формулы.
24. Определение и свойства степенных асимптотических разложений.
25. Асимптотика интегралов Лапласа: лемма об экспоненциальной оценке; монотонный случай; лемма Ватсона; лемма Морса; вклад невырожденной стационарной точки.
26. Асимптотика интегралов Фурье (метод стационарной фазы): случай отсутствия стационарных точек; лемма Эрдейи; вклад невырожденной стационарной точки.
27. Метод перевала: определение перевального контура, точки перевала; строение линий уровня в окрестности простой точки перевала; лемма о линии наискорейшего спуска. Нахождение главного члена асимптотики.