

**Важнейшие классы линейных операторов  
на эвклидовых и унитарных пространствах  
и канонический вид представляющих их матриц**

$\mathbb{R}, \mathbb{C}$	класс операторов	изометрические	самосопряжённые	(?)
$\mathbb{C}$	на унитарном пространстве	унитарные	эрмитовы	косоэрмитовы
$\mathbb{R}$	на эвклидовом пространстве	ортогональные	симметричные	кососимметричные
$\mathbb{R}, \mathbb{C}$	условие для всех векторов $x, y$	$(Ax, Ay) = (x, y)$	$(Ax, y) = (x, Ay)$	$(Ax, y) = -(x, Ay)$
	условие на сопряжённый оператор	$A^* = A^{-1}$	$A^* = A$	$A^* = -A$
	свойство собственных чисел	$\bar{\lambda} = \lambda^{-1}$	$\bar{\lambda} = \lambda$	$\bar{\lambda} = -\lambda$
	расположение спектра в $\mathbb{C}$	на единичной окружности	на вещественной оси	на мнимой оси
$\mathbb{C}$	канонический вид матрицы	диагональный в собственном ортонормированном базисе		
$\mathbb{R}$	канонический вид матрицы	блочно диагональный в ортонормированном базисе		
	$1 \times 1$ блоки	только $[\pm 1]$	$[\lambda]$	только $[0]$
	$2 \times 2$ блоки (для $\lambda = \rho e^{i\varphi}$ )	$\begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$	нет	$\begin{bmatrix} 0 & \rho \\ -\rho & 0 \end{bmatrix}$

В вещественном случае:

- каждый  $1 \times 1$  блок соответствует базисному собственному вектору;
- каждый  $2 \times 2$  блок соответствует паре вещественных базисных векторов  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{v}$ , составляющих собственный вектор  $\mathbf{u} + i\mathbf{v}$  комплексификации, то есть  $A(\mathbf{u} + i\mathbf{v}) = \lambda(\mathbf{u} + i\mathbf{v})$ .