

Алгебра и аналитическая геометрия

ЛЕКТОР — АЛЕКСАНДР ПЕТРОВИЧ УЛЬЯНОВ

Примерный список вопросов на быструю «двойку»

версия осени 2008

1. Матрица преобразования системы координат, сохраняющего начало координат.
2. Свойства умножения матриц.
3. Обратная матрица.
4. Комплексная экспонента.
5. Корни из комплексного числа.
6. Полярные и канонические уравнения эллипса, параболы и гиперболы.
7. Фокальные и оптические свойства эллипса, параболы и гиперболы.
8. (Не)совместность системы линейных уравнений.
9. Элементарные преобразования строк матрицы.
10. Полное раскрытие определителя третьего порядка.
11. Скалярное произведение векторов: формула в координатах и геометрический смысл.
12. Проекция вектора в направлении другого вектора.
13. Смешанное произведение векторов: формула в координатах и геометрический смысл.
14. Векторное произведение векторов: формула в координатах и геометрический смысл.
15. Нормальное уравнение плоскости в трёхмерном пространстве.
16. Параметрическое задание прямой и плоскости.
17. Уравнения прямой и плоскости по точкам.
18. Переходы между различными способами задания прямой или плоскости.
19. Расстояние от точки до прямой и до плоскости.
20. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
21. Взаимное расположение двух прямых/плоскостей; прямой и плоскости.
22. Алгоритм нахождения наибольшего общего делителя двух многочленов.
23. Кратность корня многочлена.
24. Количество корней комплексного многочлена.
25. Неприводимые многочлены над \mathbb{R} и над \mathbb{C} .
26. Разложение рациональной функции в сумму простейших дробей.
27. Что такое кольцо многочленов?
28. Простейшие примеры полей.
29. Линейная оболочка множества векторов («ёжика»).
30. Линейная (не)зависимость множества векторов.

31. Базис линейного пространства.
32. Размерность линейного пространства.
33. Ранг матрицы.
34. Критерий совместности системы линейных уравнений.
35. Пространство решений однородной системы линейных уравнений.
36. Фундаментальное решение однородной системы линейных уравнений.
37. Многообразие решений неоднородной системы линейных уравнений.
38. Пересечение подпространств линейного пространства.
39. Сумма подпространств линейного пространства.
40. Прямая сумма подпространств линейного пространства.
41. Скалярные, диагональные, треугольные матрицы.
42. Симметрические и кососимметрические матрицы.
43. Образ и ядро линейного отображения.
44. Матрица линейного отображения в базисах.
45. Матрица перехода между двумя базисами.
46. Изменение матрицы отображения при смене базисов пространств.
47. Перестановка и её чётность.
48. Формула раскрытия определителя по строке или столбцу.
49. Определитель блочной треугольной матрицы.
50. Элементарные преобразования определителей.
51. Определитель произведения матриц.
52. Критерий (не)вырожденности матрицы.
53. Алгебра линейных операторов.
54. Подпространства, инвариантные относительно линейного оператора.
55. Характеристический многочлен матрицы и оператора.
56. Собственные векторы и собственные значения оператора.
57. Диагонализуемость линейного оператора.
58. Ортогональные матрицы.
59. Описание ортогональных 2×2 и 3×3 матриц.
60. Метод ортогонализации Грама — Шмидта.
61. Типы поверхностей второго порядка.
62. Унитарные матрицы.
63. Свойства собственных значений и собственных векторов вещественной симметрической матрицы.
64. Задание квадратичной формы матрицей.
65. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
66. Сигнатура вещественной квадратичной формы.
67. Положительно определённые квадратичные формы.