

В. А. Александров

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Заведующий кафедрой: д-р физ.-мат. наук, доц. В. А. Александров

Направление подготовки: обеспечивает преподавание курсов, содержащих основные элементы математического аппарата физики

Сервер кафедры: <http://www.phys.nsu.ru/ok03/>

Введение

Кафедра высшей математики является одной из трех общеобразовательных кафедр физического факультета. Она не является выпускающей, т. е. студенты-физики не проходят на кафедре специализацию, а только изучают базовые математические дисциплины.

Кафедра обеспечивает преподавание десяти математических курсов длительностью от одного до двух семестров каждый.

История становления кафедры

Кафедра высшей математики физического факультета была создана в Новосибирском государственном университете весной 1989 г. и к настоящему времени существует уже более 17 лет. Это, конечно, не означает, что с момента создания университета в 1959 г. до 1989 г. математические курсы на физическом факультете не читались.

В тот «доисторический» (с точки зрения нашей кафедры) период лекторов и семинаристов для преподавания математических дисциплин на физический факультет направляли кафедры механико-математического факультета (ММФ): лектор по математическому анализу – от кафедры математического анализа ММФ, лектор по алгебре – от кафедры алгебры и логики ММФ, лектор по методам математической физики – от кафедры дифференциальных уравнений ММФ, и т. д.

Основным недостатком такой системы было то, что для ММФ физический факультет был периферией, где преподаватели оказывались случайно, временно или даже вынужденно. Физический факультет имел очень мало возможностей для влияния на программы математических курсов: исходя из своих внутренних потребностей, в любой момент соответствующая кафедра ММФ могла назначить нового лектора, незнакомо со спецификой преподавания на физическом факультете, не задумывающегося над

необходимостью согласования излагаемого им материала с другими математическими и физическими курсами, читаемыми на физическом факультете.

Выход из положения нашел чл.-корр. РАН Н. С. Диканский. Сейчас он является ректором НГУ, а весной 1989 г. был деканом физического факультета. Идея состояла в том, чтобы собрать все математические курсы, читаемые на физическом факультете, на одной кафедре, подчиненной непосредственно физическому факультету. Реализовать эту идею Н. С. Диканский предложил Владимиру Вениаминовичу Иванову, первому заведующему кафедрой высшей математики, исполнявшему эти обязанности 17 лет подряд. Первоначальная задача согласования программ всех читаемых на факультете математических курсов как между собой так и с параллельно читаемыми физическими курсами была воспринята В. В. Ивановым очень широко, так что правильнее будет говорить не о согласовании курсов, а о создании заново всех курсов.

Дело в том, что переубеждать физиков – задача весьма не простая. Уж очень они не любят менять законы мироздания, а если и соглашаются на введение поправок, то – непременно малых. Тем более удивительным и революционным выглядит процесс создания кафедры высшей математики. В. В. Иванов изучил десятки, если не сотни, учебников по физике, составляя для каждого математического курса минимальный перечень вопросов, который студенты-физики должны усвоить из этого курса.

Полученные таким образом списки вопросов обсуждались затем с преподавателями-физиками (в том числе с И. Ф. Гинзбургом, В. Г. Зелевинским, Г. Л. Коткиным, Г. В. Мелединым, И. Б. Хриповичем и др.) на специальных заседаниях в Большой физической аудитории. Главными вопросами были: вычеркнуть из этих списков все вопросы, с которыми студентов можно не знакомить, и добавить те вопросы, без которых студенты-физики не могут обойтись. Ре-

зультат обсуждений был ошеломляющим: ничего не было вычеркнуто и ничего не было добавлено. Согласованные таким образом списки вопросов составили основу программ математических курсов на физическом факультете.

Итак, уже при создании кафедры удалось, во-первых, определить тот минимум математических понятий и навыков, которыми студент-физик должен овладеть для успешного освоения физических курсов; во-вторых – организовать математические курсы так, чтобы необходимый математический аппарат был развит в математических курсах раньше, чем он будет использован в физических курсах; в-третьих – исключить дублирование курсов, когда одна и та же тема рассказывается в нескольких дисциплинах.

Составленная программа математических курсов оказалась весьма обширной, так что потребовалось увеличение количества учебных часов по отдельным курсам и даже создание новых курсов. Попутно было сделано еще одно немаловажное усовершенствование – практические занятия по математике стали проводиться в полугруппах, насчитывающих 13–15 чел., а не в целых группах, насчитывающих 26–30 чел. Безусловно, это способствует лучшему усвоению предмета.

За время существования кафедры высшей математики на физическом факультете произошли значительные изменения, которые отразились и на структуре курсов, оказавшихся в ведении кафедры.

Наиболее существенным изменением стало разделение факультета на два отделения: общефизическое и физической информатики. Для последнего отделения были разработаны самостоятельные учебные программы по всем математическим дисциплинам, согласованные с физическими дисциплинами, читаемыми на этом отделении. В первом приближении можно сказать, что студенты этого отделения слушают меньше курсов по «непрерывной» математике и больше курсов по «дискретной», чем студенты общефизического отделения.

Например, на общефизическом отделении читаются два самостоятельных курса: «Основы функционального анализа» (68 ч лекций и 68 ч практических занятий в течение двух семестров) и «Теория функций комплексного переменного» (36 ч лекций и 36 ч практических занятий в течение одного семестра), в то время как на отделении фи-

зической информатики этим двум курсам соответствует объединенный курс «Основы функционального анализа и теории функций», на который программой отведено 68 ч лекций и 68 ч практических занятий в течение двух семестров. В то же время курс «Дискретная математика» читается только на отделении физической информатики и на его изучение отводится 68 ч лекций и 68 ч практических занятий в течение двух семестров.

Вместе с тем все математические дисциплины, читаемые на первом курсе, являются общими для студентов и физической информатики, и общефизического отделения.

За время существования кафедры ее учебные планы претерпевали и другие изменения. Например, ученым советом факультета было признано целесообразным чтение самостоятельного курса лекций «Теория вероятностей и математическая статистика». До его введения необходимые сведения по теории вероятностей и математической статистике сообщались студентам в рамках курса математического анализа.

Особенности преподавания и структура курсов

Выше мы уже формулировали основные принципы преподавания, которым следует кафедра высшей математики физического факультета. Перечислим их еще раз со всей возможной отчетливостью:

– обеспечивать студентов знаниями и навыками по математике в объеме, необходимом для эффективного овладения читаемыми на факультете курсами физики; при этом необходимо, чтобы математические знания были освоены студентами до того, как они будут применены в физическом курсе; необходимо также исключать дублирование тем, кроме тех случаев, когда это целесообразно по педагогическим причинам;

– сообщать студентам не просто набор разрозненных фактов, полезных при изучении физики, но знакомить их с логическими основами и внутренней структурой изучаемых областей математики, стремиться к строгому доказательству ключевых теорем, давая без доказательства особенно сложные факты;

– довести уровень образования студентов до такой степени владения математическим аппаратом, которая позволяла бы им самостоятельно изучать те разделы математики,

которые им понадобятся в ходе последующей научной работы.

Для того чтобы читатель лучше уяснил, как указанные принципы реализуются на практике, приведем перечень учебных курсов, по которым кафедра высшей математики обеспечивает чтение лекций и проведение практических занятий в 2006/2007 учебном году. Для удобства сгруппируем их по семестрам и снабдим краткими аннотациями.

По каждому курсу каждый семестр завершается допуском к экзамену и устным экзаменом. Допуск является аналогом зачета; его получает студент, сдавший все задачи из заданий. Задания по каждому предмету составляются лектором заранее, доводятся до студентов в начале учебного года и состоят из блоков, ориентировочно по 10–15 задач, соответствующих темам, пройденным по данному предмету в течение месяца. Задания не являются индивидуальными (т.е. все студенты данного потока решают одни и те же задачи). Принимают задания семинаристы в течение всего семестра во внеучебное время. Сдать задачу – означает рассказать ее решение преподавателю и ответить на возникающие по ходу вопросы.

Метод заданий приучает студентов к систематической работе в семестре (поскольку физически невозможно сдать такое количество задач в течение одной зачетной недели) и к взаимному обучению, когда более сильные студенты объясняют решение задач более слабым (поскольку просто переписанное решение не помогает: нужно уметь ответить на вопросы преподавателя, понимать ход решения и знать соответствующую теорию). Наконец, сдача заданий служит хорошей подготовкой к экзамену, поскольку дает студентам опыт общения с преподавателями.

Итак, переходим к перечислению учебных курсов кафедры на 2006/2007 учебный год.

Первый семестр. Лекции читаются сразу для всех студентов общефизического потока и потока физической информатики; их посещает ориентировочно 200 студентов. Практические занятия также проводятся по единому плану для обоих отделений.

Математический анализ, ч. 1. 54 ч – лекции, 72 ч – практические занятия. Лектор – проф. В. В. Иванов. Аннотация курса: элементы логики и теории множеств; предел числовой последовательности; предел и непрерывность функций одной переменной;

дифференциальное исчисление функций одной переменной; исследование функций и построение их графиков; асимптотические сравнения и техника асимптотических разложений; неопределенный интеграл; методы решения простейших дифференциальных уравнений; уравнение колебаний: свободные и вынужденные колебания, формулы и свойства решений; фазовые портреты одномерной системы Ньютона; определенный интеграл; несобственные интегралы; Эйлера интегралы: бета-функция и гамма-функция; приложения интегрального исчисления в геометрии и механике; многомерные арифметические пространства; непрерывные отображения многомерных пространств; частные производные и дифференциалы функций нескольких переменных; теория локального экстремума.

Высшая алгебра и аналитическая геометрия. 54 ч – лекции, 72 ч – практические занятия. Лектор – старший преподаватель А. П. Ульянов. Аннотация курса: комплексные числа и многочлены; матрицы и определители; векторная алгебра; прямые и плоскости; эллипс, гипербола и парабола; векторные пространства; системы линейных уравнений; квадратичные формы; линейные отображения и операторы; кривые и поверхности второго порядка.

Второй семестр. Лекции читаются сразу для всех студентов общефизического потока и потока физической информатики; их посещают ориентировочно 200 студентов. Практические занятия также проводятся по единому плану для обоих отделений.

Математический анализ, ч. 2. 64 ч – лекции, 64 ч – практические занятия. Лектор – проф. В. В. Иванов. Аннотация курса: дифференцирование отображений многомерных пространств; теория неявных функций; преобразование дифференциальных выражений; гладкие многообразия; теория условного экстремума; двойные и тройные интегралы; обзор теории меры и интеграла Лебега; теорема Фубини–Тонелли; замена переменной интегрирования; криволинейные и поверхностные интегралы; дифференциальные формы и их интегрирование; классические интегральные формулы: Ньютона–Лейбница, Грина, Стокса, Остроградского; основы анализа на многообразиях; векторный анализ: понятия скалярного и векторного поля, циркуляция и поток, градиент, ротор, дивергенция, потенциальные и соленоид-

дальные поля; теорема Гаусса о потоке электрических и гравитационных полей; основные дифференциальные операции векторного анализа в криволинейных координатах; бесконечные ряды и произведения; функциональные последовательности и ряды; комплексные степенные ряды.

Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. 48 ч – лекции, 32 ч – практические занятия. Лектор – доц. Н. А. Кудрявцева. Аннотация курса: дифференциальная геометрия кривых; дифференциальная геометрия поверхностей; геометрия конечномерных евклидовых и эрмитовых пространств; теория линейных операторов в евклидовых и эрмитовых пространствах, включая теорию самосопряженных операторов, спектр и спектр возмущенного оператора; тензорная алгебра и тензорный анализ, включая тензорные поля и дифференциальные операции над ними.

Теория вероятностей и математическая статистика. 48 ч – лекции, 32 ч – практические занятия. Лектор – доц. А. П. Ковалевский. Аннотация курса: основные понятия и методы теории вероятностей: классическое определение вероятности, элементы комбинаторики, статистики Максвелла–Больцмана, Бозе–Эйнштейна, Ферми–Дирака, геометрические вероятности, аксиомы теории вероятностей, независимые события, схема Бернулли, условная вероятность, случайные величины, функции распределения, основные семейства распределений, независимость случайных величин, математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции, матрица ковариаций, многомерное нормальное распределение, сходимости по вероятности, неравенство Чебышева, закон больших чисел, теорема Бернулли, центральная предельная теорема, теорема Муавра–Лапласа, приближение Пуассона для биномиального распределения. Математическая статистика: выборки, вариационный ряд, эмпирическая функция распределения, гистограмма и полигон частот, оценивание неизвестных параметров, несмещенность и состоятельность оценок, доверительные интервалы, проверка гипотез и критерии согласия, дисперсионный анализ, задачи линейной регрессии. Введение в теорию случайных процессов: марковские цепи, эргодическая теорема, ветвящиеся процессы, вероятность вырождения, пуассоновский процесс, процессы рождения и гибели, процесс броуновского движения.

Третий семестр. Курсы читаются на общефизическом отделении, их посещают ориентировочно 175 студентов.

Основы функционального анализа, ч. 1. 36 ч – лекции, 36 ч – практические занятия. Лектор – д-р физ.-мат. наук В. А. Александров. Аннотация курса: ряды Фурье; преобразование Фурье, в том числе дискретное и быстрое преобразование Фурье; обобщенные функции; вариационное исчисление; нормированные линейные пространства, линейные пространства со скалярным произведением, лебеговские функциональные пространства.

Дифференциальные уравнения, ч. 1. 36 ч – лекции, 36 ч – практические занятия. Лектор – доц. В. М. Чересиз. Аннотация курса: уравнения первого порядка: понятие решения, поле направлений, изоклины. Задача Коши, условия существования и единственности ее решения. Общая теория систем линейных дифференциальных уравнений. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Теория малых колебаний многомерных систем. Зависимость решения от начальных параметров.

Теория функций комплексного переменного. 36 ч – лекций, 36 ч – практические занятия. Лектор – доц. А. С. Романов. Аннотация курса: Комплексная плоскость и сфера Римана; аналитичность функции, условия Коши–Римана, конформные отображения; элементарные функции в комплексной области; многозначные функции и риманова поверхность; интегрирование функций комплексного переменного, интегральная формула Коши, ряд Тейлора и его круг сходимости, теорема Лиувилля, ряд Лорана и кольцо сходимости, особые точки и теория вычетов; применение вычетов к вычислению различных типов интегралов, принцип аргумента, теорема Руше; аналитическое продолжение; зависимость интеграла от аналитического параметра; преобразование Лапласа и основы операционного исчисления; асимптотические методы, метод Лапласа, метод стационарной фазы, метод перевала.

Третий семестр. Курсы читаются на отделении физической информатики, их посещают ориентировочно 25 студентов.

Основы функционального анализа и теории функций, ч. 1. 36 ч – лекции, 36 ч – практические занятия. Лектор – доц. С. А. Тресков. Аннотация курса: ряды Фурье; преобразование Фурье; преобразование Лапласа и осно-

вы операционного исчисления; обобщенные функции; аналитические функции комплексного переменного; условие Коши – Римана; конформные отображения; элементарные функции в комплексной области; многозначные функции и точки ветвления; римановы поверхности; интегрирование функций комплексного переменного; теорема Коши; ряды Тейлора и Лорана; изолированные особые точки аналитической функции; вычет аналитической функции; применение вычетов к вычислению определенных интегралов; аналитическое продолжение.

Дискретная математика, ч. 1. 36 ч – лекции, 36 ч – практические занятия. Лектор – д-р физ.-мат. наук О. В. Бородин. Аннотация курса: алгебра высказываний и булевы функции: высказывания, логические операции, эквивалентность высказываний, таблицы истинности, булевы функции, совершенные нормальные формы, двойственность высказываний, зависимость и полнота систем операций над высказываниями и булевых функций, замкнутые классы булевых функций, теорема Поста, реализации булевых функций, понятие о предикатах. Элементы комбинаторики: число отображений конечных множеств в конечные множества с различимыми элементами, разбиения конечных множеств и числа Стирлинга второго рода, разбиения чисел на слагаемые, диаграммы Ферре, возвратные последовательности, числа Каталана, производящие функции, некоторые вероятностные задачи с конечным пространством элементарных событий, последовательности независимых испытаний, задачи о разорении, формула включений и исключений. Азбука теории графов: основные определения и понятия, способы задания графов, деревья, характеристизации деревьев, кодирование деревьев, эйлеровы обходы, теорема Эйлера, двудольные графы, критерий двудольности, паросочетания в двудольных графах, системы различных представителей, плоские графы и задачи раскраски, теоремы Брукса и Визинга, оргграфы и турниры, использование принципа Дирихле на примере турниров.

Четвертый семестр. Лекции читаются на общефизическом отделении, их посещают ориентировочно 175 студентов.

Основы функционального анализа, ч. 2. 32 ч – лекции, 32 ч – практические занятия. Лектор – канд. физ.-мат. наук А. И. Парфенов. Аннотация курса: классические ортогональные многочлены; ограниченные ли-

нейные операторы в гильбертовых пространствах; интегральные уравнения; неограниченные операторы.

Дифференциальные уравнения, ч. 2. 32 ч – лекции, 32 ч – практические занятия. Лектор – доц. В. М. Чересиз. Аннотация курса: аналитическая теория дифференциальных уравнений: линейные системы с аналитическими коэффициентами в односвязных областях; решение линейных уравнений произвольного порядка при помощи степенных рядов; уравнения с регулярной особой точкой; разложение решения в обобщенный степенной ряд; «логарифмические» решения; приложения теории к уравнению Бесселя. Краевые задачи: однозначная и неоднозначная разрешимость; структура множества решений; функция Грина; условия ортогональности; связь теории краевых задач с интегральными уравнениями; особенности собственных значений и собственных функций; разложение в ряд по собственным функциям; понятие сингулярной краевой задачи. Введение в теорию устойчивости: устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость линейных систем; функции Ляпунова; устойчивость по первому приближению. Автономные системы: общие свойства решений, фазовое пространство, движения, траектории, периодические движения, предельные точки и предельные множества, фазовые портреты плоских линейных систем, узел, седло, фокус, центр, вырожденный узел, предельные циклы, функция последования, теория Пуанкаре — Бендиксона, вращение векторного поля, индекс особой точки.

Четвертый семестр. Курсы преподаются на отделении физической информатики, их посещают ориентировочно 25 студентов.

Основы функционального анализа и теории функций, ч. 2. 32 ч – лекции, 32 ч – практические занятия. Лектор – доц. С. А. Тресков. Аннотация курса: геометрия гильбертова пространства; ортогональные многочлены; линейные операторы в гильбертовых пространствах; интегральные уравнения; вариационное исчисление.

Дискретная математика, ч. 2. 32 ч – лекции, 32 ч – практические занятия. Лектор – д-р физ.-мат. наук О. В. Бородин. Аннотация курса: сложность алгоритма, поиск по графу, алгоритмы быстрой сортировки,

AVL-деревья, идея динамического программирования, задача о кратчайшем пути, алгоритмы Дейкстры и Флойда–Уоршелла, метод ветвей и границ на примере задачи коммивояжера. Сети и потоки в них, теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе, алгоритмы для нахождения максимального потока, использование сетевых моделей для нахождения связности графов, теоремы Менгера и Уитни, задача о наибольшем паросочетании в двудольном графе как задача о максимальном потоке в сети, теоремы Кенига и Дилворта, задача о максимальном потоке в сети как задача линейного программирования, симплекс-метод решения задач линейного программирования. Теория кодирования: постановка задач, алгоритмы распознавания однозначности декодирования алфавитных кодов, префиксные коды, неравенство Крафта–Макмиллана, коды с минимальной избыточностью, самокорректирующиеся, с повторением, с проверкой на четность, коды Хэмминга, границы мощности самокорректирующихся кодов, линейные коды. Матроиды и сложность алгоритмов: эквивалентность разных определений матроидов, матроиды и жадные алгоритмы, задача о кратчайшей связывающей сети, задачи распознавания, понятие об NP-полных задачах.

Методы математической физики, ч. 1. 36 ч – лекции, 72 ч – практические занятия. Лектор – доц. Т. Ю. Михайлова. Аннотация курса: системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка; линейные дифференциальные уравнения n -го порядка; элементы общей теории существования и единственности решений обыкновенного дифференциального уравнения; автономные системы, элементы теории устойчивости; разделение переменных и краевые задачи Штурма – Лиувилля; элементы аналитической теории дифференциальных уравнений второго порядка; асимптотические методы.

Пятый семестр. Курс читается на отделении физической информатики, его посещают ориентировочно 25 студентов.

Методы математической физики, ч. 2. 32 ч – лекции, 64 ч. – практические занятия. Лектор – доц. Т. Ю. Михайлова. Аннотация курса: основные уравнения математической физики и постановка краевых задач; гиперболические уравнения; эллиптические уравнения; параболические уравнения; элементы теории представлений групп; уравнения и

системы уравнений первого порядка с частными производными.

По традиции курс лекций «Методы математической физики» и практические занятия по ним на общезаочном отделении ведут преподаватели и кафедры теоретической физики физического факультета.

Программы лекций, планы семинарских занятий и задания по каждому курсу издаются кафедрой к началу учебного года в виде отдельных книжек, доступных каждому студенту. Заинтересованный читатель без труда найдет эти брошюры.

Кадровый состав кафедры

Ежегодная совокупная нагрузка составляет примерно 14 тыс. учебных часов. Это соответствует приблизительно двадцати полным ставкам, чуть больше трех из которых заняты штатными сотрудниками университета. Остальные из сорока четырех сотрудников, работающих на кафедре в 2006/2007 учебном году, являются совместителями, для которых основным местом работы является один из институтов Сибирского отделения Российской Академии наук, чаще всего – Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, но есть совместители из Института горного дела, Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева, Института вычислительной математики и математической геофизики и др.

Наличие большого числа совместителей полностью соответствует основным принципам преподавания, заложенным основателями Новосибирского государственного университета. Постоянное общение студентов-младшекурсников с преподавателями-совместителями, большую часть времени занимающихся научными исследованиями в академических институтах и находящихся на передовых рубежах современной науки, позволяет избежать догматизма в преподавании, передать сам дух научного исследования, заинтересовать студентов проблемами современной науки и в конечном счете способствует лучшему усвоению учебного материала.

Научные интересы каждого преподавателя нашей кафедры индивидуальны и формируются, как правило, по основному месту работы в одном из институтов СО РАН. Детально описать научные интересы каждого преподавателя в рамках данной статьи не представляется возможным. Поэтому огра-

начимся просто перечнем некоторых разделов математики, в которых сотрудники кафедры наиболее активно ведут исследования: теория квазиконформных отображений и нелинейная теория потенциала, теория устойчивости классов отображений, нелокальные вопросы теории поверхностей, теория обратных задач для уравнений в частных производных, теория дифференциальных уравнений эллиптического и смешан-

ного типов, теория операторов в упорядоченных пространствах, теория вероятностей, теория графов, теория кодирования, теория представлений и специальных функций, теория групп и т. д.

Для полноты картины отметим, что среди сотрудников кафедры имеются 4 доктора и 25 кандидатов физико-математических наук, 3 профессора и 19 доцентов. Средний возраст сотрудников – около 45 лет.