### А. А. Павлов, М. П. Голубев, Ал. А. Павлов

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН ул. Институтская, 4/1, Новосибирск, 630090, Россия

Новосибирский государственный университет ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: pavalex@itam.nsc.ru

# РЕГИСТРАЦИЯ ИНТЕРФЕРОГРАММ С ФОРМИРОВАНИЕМ ОПОРНОГО ПУЧКА ОТ НЕЗАВИСИМОГО ИСТОЧНИКА СВЕТА

В работе рассматриваются вопросы, связанные с интерференцией света. Обсуждается возможность регистрации интерферограмм с формированием интерферирующих волн от независимых источников света. Даны соотношения для контраста регистрируемых интерферограмм. Приведено краткое описание лабораторной работы реализованной в лаборатории физической оптики НГУ, демонстрирующей данную возможность. Работа, может быть полезна как с точки зрения методики подачи материала по физической оптике при обучении студентов, так и в плане использования методов оптической интерферометрии в физическом эксперименте.

*Ключевые слова*: интерференция света, двулучевая интерферометрия, независимые источники света, контраст интерференционных полос, методы оптической интерферометрии, исследование фазовых неоднородностей.

#### Введение

Явление интерференции – одно из основных в физической (волновой) оптике. В рамках теоретических курсов по электродинамике [1; 2] и практикумов по физической оптике это явление в основном рассматривается для волн, образованных от одного источника света с длиной когерентности, превышающей или сравнимой с разностью длин оптических путей интерферирующих волн. При этом у многих студентов создается представление, что интерференции не существует между волнами с различными частотами, образованными от отдельных источников.

Ситуация усугубляется тем, что некоторыми учебниками и интернет-ресурсами в

явной или неявной форме внушаются подобные представления. Вот примеры таких утверждений. «Интерференция может возникнуть только при сложении... колебаний, характеризующихся одинаковой частотой и постоянной разностью фаз... Волны от двух независимых источников некогерентны и не могут дать интерференции»<sup>1</sup>. «Интерферировать могут только когерентные волны, имеющие одинаковую частоту... и постоянную во времени разность фаз»<sup>2</sup>. «...интерференция может возникнуть только при сложении когерентных колебаний»<sup>3</sup>. В подобных утверждениях понятие о возможности существования стационарной интерференционной картины и ее регистрации подменяется тезисом об отсутствии интерференции как таковой, которая очевидно

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научнопедагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (госконтракт № 02.740.11.0556).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> См.: http://cit.vvsu.ru/portal/nfpk/lib/shavl/57-4.htm

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> См.: www.fizika.asvu.ru/page.php?id=101

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> CM.: www.physics.ru/courses/op25part2/content/chapter3/section/paragraph7/theory.html

существует всегда, как результат суперпозиции (линейного векторного сложения амплитуд) интерферирующих волн.

В данной работе рассматриваются некоторые вопросы, связанные с интерференцией света, в том числе и с учетом разности частот интерферируемых волн. Обсуждается возможность регистрации интерферограмм с формированием интерферирующих волн от отдельных источников света и дано краткое описание лабораторной работы, реализованной в лаборатории физической оптики НГУ, демонстрирующей данную возможность. Статья, по мнению авторов, может быть полезна не только с точки зрения методики подачи материала по физической оптике, но и в плане использования методов оптической интерферометрии в физическом эксперименте.

## Интенсивность света

Многие параметры электромагнитного излучения определяются в приближении плоских, монохроматических волн. Например, не имеет смысла говорить о волновом векторе, определяющем направление и длину волны (частоту) излучения для произвольной, модулированной во времени и в пространстве электромагнитной волны. Одним из подобных параметров является интенсивность света. По большому счету, любые оптические измерения сводятся к регистрации интенсивности, с которой мы и будем иметь дело при рассмотрении понятия интерференции. По этой причине рассмотрим некоторые положения по определению данной величины.

В системе единиц СГС (система Гаусса) вектор потока энергии электромагнитной волны (вектор Пойтинга)  $S = c/(4\pi)[EH]$ . При этом связь между модулями векторов Eи H определяется соотношением

$$\mu^{1/2}H = \varepsilon^{1/2}E.$$

В вакууме  $\mu = \varepsilon = 1$ , и  $S = |S| = c/(4\pi)E^2$ (здесь и далее векторные величины обозначены жирным шрифтом). Для плоской монохроматической волны в плоскости наблюдения *P*, без учета постоянной составляющей фазы, модуль вектора *E* можно представить в виде  $E = a \cdot \cos(\omega t)$ . Поток энергии через единичную площадку, ортогональную направлению распространения волны,

$$S = c/(4\pi)a^2\cos^2(\omega t) =$$
  
= c/(8\pi)a^2[1 + cos(2\omega t)].

При этом *S* осциллирует с частотой 2ω относительно среднего значения.

Для видимого диапазона, например для излучения зеленого цвета с  $\lambda = 500$  нм, частота света составляет  $v = \omega/(2\pi) = 6 \cdot 10^{14}$  Гц. В настоящее время не существует оборудования, позволяющего регистрировать подобные осцилляции. Все фотоприемники в той или иной степени инерционны и обладают некоторым временем интегрирования т. Для наиболее быстродействующих (фотоэлектронные умножители – ФЭУ, лавинные и pin-фотодиоды) это время составляет несколько наносекунд, что на 6-7 порядков больше периода осцилляций потока энергии. Данные устройства реагируют на среднее значение потока энергии, т. е. сигнал с фотоприемника пропорционален  $<S> \sim <E^2$ >. (Знаки < > обозначают усреднение по времени.)

Для стационарного случая a(t) = const, uсреднее значение берется по периоду волны или по бесконечности. В реальных измерениях во многих случаях  $a(t) \neq \text{const}$ , и время усреднения определяется временем интегрирования, а для устройств, работающих в режиме накопления сигнала, - временем экспонирования. В физической оптике усредненный по времени поток энергии через единичную площадку, ортогональную направлению распространения волны, называется интенсивностью  $I = \langle S \rangle$ . С некоторым приближением данное понятие обобщается и на неплоские волны. Таким образом, для волны с напряженностью электрического поля в плоскости наблюдения

 $E(x, y) = a(x, y)\cos [\omega t + \varphi(x, y)],$ 

распределение интенсивности

\_ /

 $I(x, y) = c/(4\pi) \langle E^2(x, y) \rangle = c/(8\pi)a^2(x, y).$ 

При  $a(t) \neq \text{const}$ , отклик фотоприемника описывается соотношением

$$I(x, y, t) = c/(4\pi) < E^2(x, y) >_{\tau} = c/(8\pi) < a^2(x, y, t) >_{\tau}.$$

Отметим, что в литературных источниках можно встретить различные определения интенсивности. Более того, в Международной системе единиц (СИ) вообще нет такой величины, как интенсивность света. В практических приложениях интенсивность обычно ассоциируется с откликом фотоприемника – почернение фотоэмульсии, электрический ток или напряжение и т. д. Например, восприятие глазом освещенности сцены зависит от длины волны. Самой высокой при одной и той же мощности излучения интенсивность будет ощущаться для  $\lambda \approx 0,5$  мкм, существенно меньшей – для  $\lambda \approx 0,7$  мкм, и нулевой – для  $\lambda \approx 1$  мкм.

Во многих случаях, например при использовании методов оптической интерферометрии, в задачах дифракции и др., информацию несет в основном пространственное положение максимумов и минимумов и относительное распределение интенсивности. При этом постоянные множители, не зависящие от пространственных координат, зачастую не учитываются, а за интенсивность принимают  $I = \langle E(x, y)^2 \rangle$  или  $I \sim \langle E(x, y)^2 \rangle$ , что используется и в данной работе.

## Интерференция двух монохроматических волн

Рассмотрим простейший случай интерференции, а именно интерференцию двух монохроматических волн. Пусть на экран P(рис. 1) падают две линейно поляризованные волны  $E_1$  и  $E_2$ , с параллельными векторами поляризации. Это позволяет использовать скалярное приближение. Монохроматическую волну в плоскости наблюдения P можно представить в виде

$$E(x, y, t) = a(x, y)\cos[\omega t + \varphi(x, y)].$$

В силу линейности уравнений Максвелла, имеем

$$E_{\rm p}(x, y) = E_1(x, y, t) + E_2(x, y, t).$$

Для интенсивности излучения получим

$$I(x, y, t) = \langle [E_1(x, y, t) + E_2(x, y, t)]^2 \rangle =$$
  
=  $I_1 + I_2 + 2(I_1I_2)^{1/2} \langle \cos(\Delta \varphi + \Delta \omega t) \rangle +$   
+  $2(I_1I_2)^{1/2} \langle \cos[(\omega_1 + \omega_1)t + \varphi_1 + \varphi_2] \rangle,$   
(1)

где  $\Delta \phi = \phi_2(x, y) - \phi_1(x, y)$ . Здесь и далее для сокращения записи зависимость переменных *I*, *a* и  $\phi$  от координат (*x*, *y*) не обозначена.

Последнее слагаемое в соотношении (1) после усреднения по времени обнуляется, и

распределение интенсивности выражается в виде

$$I(x, y, t) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + + 2[I_1(x, y)I_2(x, y)]^{1/2} <\cos\{\Delta\varphi(x, y) + \Delta\omega t\} >.$$
(2)

После интегрирования по времени последнего слагаемого в соотношении (2) имеем:

$$<\cos(\Delta \varphi + \Delta \omega t) > = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^{t} \cos(\Delta \varphi + \Delta \omega t) dt =$$
$$= \frac{\sin(\tau \Delta \omega/2)}{\tau \Delta \omega/2} \cos[\Delta \varphi - \tau \Delta \omega/2 + t \Delta \omega].$$

В результате:

$$I(t) = I_1 + I_2 + 2\operatorname{sinc}(\tau \Delta \omega/2)(I_1 I_2)^{1/2} \times \cos[\Delta \varphi - \tau \Delta \omega/2 + t \Delta \omega].$$
(3)

Уравнение (3) является основным соотношением для интерференции двух монохроматических волн. Слагаемое в (3), содержащее косинус разности фаз интерферирующих волн, называется интерференционным членом.

Важной характеристикой регистрируемых интерферограмм является контраст (видность) интерференционных полос:

$$K = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}).$$
(4)

Согласно соотношению (3),

$$I_{\max,\min} = I_1 + I_2 \pm 2\operatorname{sinc}(\tau \Delta \omega/2)(I_1 I_2)^{1/2}.$$

В результате:

 $K = 2 \operatorname{sinc}(\tau \Delta \omega/2) (I_1 I_2)^{1/2} / (I_1 + I_2).$  (5) Можно выделить следующие характерные случаи.

1. Частоты обеих интерферирующих волн равны ( $\Delta \omega = 0$ ). При этом

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + + 2[I_1(x, y)I_2(x, y)]^{1/2} \cos[\Delta \varphi(x, y)].$$
(6)



*Рис. 1.* Схема, поясняющая интерференцию двух волн

Соотношение (6) описывает простейший случай интерференции двух волн. В плоскости наблюдения формируется стационарная интерференционная картина с контрастом интерференционных полос

$$K = 2 (I_1 I_2)^{1/2} / (I_1 + I_2).$$

При равенстве интенсивностей волн

$$I_1(x, y) = I_2(x, y) = I_0$$

выражение (6) упрощается:

$$I(x, y) = 2I_0(x, y)\{1 + \cos[\Delta \varphi(x, y)]\}.$$

При этом реализуется максимально возможный контраст K = 1.

Для двух плоских волн с направлением волновых векторов, близких к нормали экрана P (ось 0z) и параллельных плоскости (z, 0, y), разность фаз линейно зависит от координаты (y), т. е.

$$\Delta \varphi(x, y) = \Delta \varphi(y) = \cos(\varphi_0 + 2\pi \alpha y/\lambda),$$

где  $\alpha$  - угол между волновыми векторами интерферирующих волн. При этом на экране наблюдается стационарная интерференционная картина в виде эквидистантных параллельных оси (0*x*) интерференционных полос с шагом *h* =  $\lambda/\alpha$ . Соотношение

 $\Delta \varphi(x, y)_{\max} = m\lambda$ 

является уравнением для максимумов, а

$$\Delta \varphi(x, y)_{\min} = (m + 0.5)\lambda$$

для минимумов интерференционных полос. Число *m* (в общем случае дробное) называется порядком интерференционной полосы или просто порядком интерференции.

2.  $\Delta \omega \neq 0$ , однако время интегрирования существенно меньше обратной величины  $\Delta \omega$ , т. е.  $\tau \Delta \omega \ll 1$ . При этом

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) + + 2[I_1(x, y)I_2(x, y)]^{1/2} \cos[\Delta \varphi(x, y) + \Delta \omega t],$$

а при  $I_1(x, y) = I_2(x, y) = I_0$ ,

$$I(x, y) = 2I_0(x, y) \{1 + \cos[\Delta \varphi(x, y) + \Delta \omega t]\}.$$

Контраст интерференционных полос и порядок интерференции *m* определяются так же, как и для первого случая. В плоскости наблюдения реализуется нестационарная интерференционная картина. Интерференционные полосы движутся с фазовой скоростью Δω.

3.  $\Delta \omega \neq 0$ , а время интегрирования сравнимо с обратной величиной  $\Delta \omega$ , т. е.  $\tau \Delta \omega \approx 1$ . Интенсивность выражается соотношением (3). Так же, как и в предыдущем случае, наблюдается нестационарная интерференционная картина. Контраст интерференционных полос зависит от времени интегрирования (экспозиции) фотоприемника, согласно соотношению (5).

4.  $\Delta \omega \neq 0$ , а время интегрирования много больше обратной величиной  $\Delta \omega$ , т. е.  $\tau \Delta \omega >> 1$ . Интерференционная картина не регистрируется (*K* = 0). Интенсивность в плоскости экрана равна сумме интенсивностей исходных волн

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y).$$
(7)

Первый случай является наиболее распространенным, и при описании интерференции как таковой, и в методах оптической интерферометрии [3; 4].

# Интерференция волн от двух независимых источников света

Выше рассмотрен общий случай интерференции двух монохроматических волн. Однако реальные источники излучения, в том числе и лазерные, не являются строго монохроматическими, что влияет на контраст интерференционных полос. Если обе волны сформированы от одного источника, то случайные изменения фазы коррелированны, и при условии, что разность хода  $\Delta S$ интерферирующих волн не превышает существенно длину когерентности  $L = c\tau$  (c – скорость света; т – время когерентности), возможно наблюдение стационарной интерференционной картины. Одно из описаний процесса излучения основано на том, что излучение света, в частности лазерным источником, происходит в виде последовательности волновых цугов, фаза которых принимает случайные значения. На рис. 2, а схематично представлена последовательность цугов двух интерферирующих волн, образованных от одного источника. Заштрихованные области соответствуют случаю прохождения одного и того же цуга для обеих волн. При этом разность их фаз постоянна. Эти промежутки времени вносят вклад в образование стационарной интерференционной картины.



*Рис.* 2. Схематическое изображение цугов интерферирующих волн, образованных от одного источника света (a) и от независимых источников света  $(\delta)$ 

Предположим, что излучение лазера происходит в виде цугов равной амплитуды (амплитуда отдельных цугов также различается, однако в данной работе это не учитывается, поскольку не существенно при выводе основных соотношений и понимания излагаемого материала) со средним временем τ<sub>1</sub>, подчиняющимся распределению Пуассона. Это выполняется для большинства лазерных источников света. При этом диффункция распределения, ференциальная определяющая вероятность появления цуга с длительностью от t до t + dt, имеет вид  $P(t) = \exp(-t/\tau_1)dt/\tau_1$ . Контраст интерференционной картины, при условии равенства амплитуд интерферирующих волн, определяется соотношением

$$K = \exp(-|\Delta S|/(c\tau_1)). \tag{8}$$

При увеличении  $\Delta S$  контраст уменьшается и стремится к нулю при  $|\Delta S| \rightarrow \infty$ . Соотношение (8) приводится практически во всех учебниках при описании интерференции волн с ненулевой разностью хода.

Ситуация кардинально меняется при формировании интерферирующих волн от независимых источников излучения (рис. 2, б). Так как начало и длительность цугов для

разных лазеров независимы, то в плоскости фотоприемника фаза интерференционных полос меняется случайным образом при смене цуга любого из источников излучения. Вероятность появления промежутка времени длительностью больше *t* без смены цуга любого из излучающих лазеров, согласно теореме о произведении вероятностей, равна  $P_2(t) = \exp(-2t/\tau_1).$ Таким образом, среднее время существования стационарной интерференционной картины  $\tau = \tau_1/2$ , что составляет половину времени когерентности для отдельного источника света.

Изображение, регистрируемое за время экспозиции T, является суммой интерференционных картин с относительным энергетическим вкладом, пропорциональным времени их существования  $t_i$ , и отклик фотоприемника можно представить в виде

$$I_{\Sigma} \sim \sum_{i} t_{i} \{ 1 + \cos[\phi(x, y) + \Psi_{i}] \} =$$
  
= 1 + K cos[\phi(x, y) + \Phi\_{\Sigma}], (9)

где  $\varphi(x, y)$  – изменение фазы, характеризующее разность хода интерферирующих волн,  $\Psi_i$  – случайный сдвиг фазы, изменяющийся при смене цуга любого из лазеров, K – контраст интерферограммы.



Рис. 3. Схема, поясняющая формирование итоговой интерферограммы, как результат суммирования нескольких интерферограмм со случайными фазами

Случайное значение фазы  $\Psi_{\Sigma}$  в соотношении (9) определяет фазовый сдвиг интерференционных полос для отдельных реализаций одинаковой по всему полю интерферограммы и в большинстве приложений по использованию методов оптической интерферометрии не имеет особого значения. Однако значение контраста является основным параметром, определяющим качество регистрируемых интерферограмм. Для отдельной реализации І<sub>Σ</sub> можно представить в виде вектора в фазовой плоскости:  $I_{\Sigma} = T + V$  (рис. 3). При этом  $|T| = \sum_{i} |t_{i}|$ , а вектор  $V = \sum_{i} t_i$  представляет собой сумму векторов  $t_i$  со случайной фазой  $\Psi_i$ . При движении по изображению интерферограммы результирующая интенсивность меняется в зависимости от  $\varphi(x, y)$ , что соответствует вращению вектора V. Максимальная интенсивность (максимумы полос) соответствует положению 1 вектора V и равна T + V, а минимальная - положению 2 и равна T – V. Отсюда, согласно соотношению (4), для контраста интерференционных полос имеем K = V/T.

Так как модуль вектора V для отдельных реализаций принимает различные значения, можно говорить только о среднестатистическом значении (математическом ожидании) данного параметра M(V). Это справедливо и для контраста интерферограмм, который может меняться в диапазоне K = 0..1. Очевидно, что среднестатистический контраст должен уменьшаться с увеличением времени экспозиции, т. е. и M(V) и M(K) являются некоторыми функциями от времени экспозиции T. Получить аналитическое выражение непосредственно для M(V) не представляется возможным, так как решение сводится к многократным эллиптическим интегралам второго рода. Однако можно получить соотношение для  $M(V^2)$ .

Для отдельной реализации имеем

$$V^{2} = (\sum_{i} t_{i} \sin \psi_{i})^{2} + (\sum_{i} t_{i} \cos \psi_{i})^{2} =$$
  
=  $\sum_{i} t_{i}^{2} + 2\sum_{i} \sum_{j \neq i} t_{i} t_{j} (\sin \psi_{i} \sin \psi_{j} + \cos \psi_{i} \cos \psi_{j}).$   
(10)

Зависимость  $M(V^2) = F(T)$  получим при усреднении выражения (10) по углам  $\psi_i$  в диапазоне от 0 до  $2\pi$  и возможным комбинациям  $t_i$  с учетом вероятностей их появления. Так как  $t_i$  и  $\psi_i$  – не зависящие друг от друга случайные величины, интегрирование в (10) суммы перекрестных членов по углам дает нуль, в результате

$$F(T) = \langle V(T)^2 \rangle = \langle \Sigma_i t_i^2 \rangle$$

где угловые скобки означают усреднение по возможным комбинациям длительностей  $t_i$ . Выражение для F(T) получим из рекуррентного соотношения

$$F(T) = \int_{0}^{T} e^{-t/\tau} t^{2} dt / \tau + \int_{0}^{T} e^{-t/\tau} F(T-t) dt / \tau + e^{-T/\tau} T^{2}.$$
(11)

Первое слагаемое в соотношении (11) соответствует среднему квадрату длительности первого за время экспозиции цуга при условии, что он короче времени экспозиции. Второе слагаемое является средней суммой квадратов длительностей цугов, прошедших после первого цуга за оставшееся время экспозиции. Множитель  $e^{-t/\tau}$  в подынтегральных выражениях определяет вероятность появления первого цуга длительностью t < T. Третье слагаемое учитывает возможность появления первого и в этом случае единственного за время экспозиции цуга длительностью t > T. После взятия интеграла в первом слагаемом и замены  $t = T - t^*$  во втором получим

$$F(T)e^{T/\tau} = 2\tau^2 e^{T/\tau} - 2\tau^2 - 2\tau T + \frac{1}{\tau} \int_{0}^{T} e^{t^*/\tau} F(t^*) dt^*,$$

и после дифференцирования по Т

$$\frac{dF(T)}{dT} = 2\tau (1 - e^{-T/\tau}).$$
(12)

Решением уравнения (12) с учетом того, что F(0) = 0, является

$$F(T) = 2T\tau + 2\tau^2 (e^{-T/\tau} - 1).$$
(13)

Для среднеквадратичного контраста  $K^* = (\langle K^2 \rangle)^{1/2} = (\langle V^2 \rangle)^{1/2}/T$ 

получим

$$K^{*}(T) = \sqrt{F(T)} / T.$$
 (14)

Представляют интерес два предельных случая зависимости среднеквадратичного контраста от времени экспозиции *T*:

$$K^{*}(T) \mid_{T \to 0} \to 1, K^{*}(T) \mid_{T \to \tau} = (2\tau/T)^{1/2}.$$

Как и следовало ожидать,  $K^* \to 1$  при  $T \to 0$ . С ростом T контраст уменьшается и стремится к нулю при  $T \to \infty$ . Но даже при временах экспозиции в 100 раз больших времени когерентности, среднеквадратичный контраст  $K^* \approx 0,14$ , что во многих случаях вполне приемлемо при использовании методов оптической интерферометрии.

Выше предполагался одночастотный режим генерации лазеров. Можно показать, что в случае нескольких генерируемых частот

$$K^*(T)\Big|_{V=q} = \frac{\sqrt{F(T)}}{T} \frac{\sqrt{\sum_q} I_q^2}{\sum_q I_q}.$$

Здесь q – количество генерируемых частот;  $I_q$  – интенсивность излучения на отдельной частоте. В случае равенства интенсивности генерируемых частот

$$K^*(T)\Big|_{v=q} = \frac{\sqrt{F(T)}}{T\sqrt{q}},$$

что равносильно увеличению времени экспозиции в *q* раз.

Полученные соотношения для контраста выполняются только в случае равенства частот обоих источников света  $\omega_1 = \omega_2$ . Несовпадение частот приводит к снижению контраста, согласно соотношению (3). При  $T > \tau$  итоговое изображение является суммой некоторого количества интерферограмм со случайными фазами. При этом для суммарной интерферограммы

$$K^{**} \approx \chi K^{*},$$

где  $\chi = \operatorname{sinc}(\tau \Delta \omega/2)$ . В случае  $T < \tau$ ,  $\chi \approx \operatorname{sinc}(T \Delta \omega/2)$ .

Для проверки соотношений (13), (14) был проведен численный эксперимент с использованием метода Монте-Карло (рис. 4). Полученные результаты согласуются со значениями, вычисленными по аналитическим соотношениям с точностью до десятых долей процента. Как и ожидалось, среднестатистический контраст несколько меньше среднеквадратичного контраста. Однако даже для времен экспозиции в 100 раз больших времени когерентности K > 0,1.

Для газовых лазеров время когерентности может составлять около 10<sup>-3</sup> с. Современные телевизионные камеры позволяют



Рис. 4. Контраст в зависимости от относительного времени экспозиции Т/т: 1 – расчет по соотношениям (13), (14); 2, 3 –значения среднеквадратичного (*K*\*) и среднего (*K*) контрастов, полученные в численных экспериментах

регистрировать изображения за время  $T \approx 10^{-6}$  с. Это дает возможность использовать газовые лазеры для регистрации интерферограмм с формированием волн от независимых источников света. При этом среднестатистический контраст регистрируемых интерферограмм в основном определяется разностью генерируемых частот используемых лазеров.

# Использование оптической интерферометрии для исследования фазовых неоднородностей

Если одна из интерферирующих волн проходит через оптическую неоднородность, имеющую некоторое пространственное распределение показателя преломления  $n = n_0 + \delta n(x, y, z)$  ( $n_0$  – показатель преломления для невозмущенной области), то для данной волны фаза  $\varphi(x, y)$  в плоскости регистрации изменится в зависимости от  $\delta n(x, y, z)$  на величину

$$\Delta \varphi(x, y) = (2\pi / \lambda) \int_{L} \delta n(x, y, z) \, dz, \quad (15)$$

где интегрирование производится по пути излучения внутри неоднородности. При этом изменится и  $\varphi(x, y)$  в интерференционных соотношениях

$$\varphi(x, y) = \varphi_0(x, y) + \Delta \varphi(x, y),$$

что приведет к сдвигу интерференционных полос. При малых изменениях показателя преломления угловыми отклонениями лучей, возникающими вследствие преломления в исследуемом объекте, пренебрега-



Рис. 5. Схема интерферометра Маха – Цандера

ют [5]. Сдвиг полосы в некоторой точке экрана определяется соотношением

$$\Delta m = m - m_0 = \Delta \varphi(x, y) / (2\pi).$$
(16)

Здесь  $m_0$  и m – порядок интерференционной полосы в некоторой точке при отсутствии и при наличии неоднородности.  $\Delta m = 1$  соответствует сдвигу на одну интерференционную полосу. По интерферограммам можно определить  $\Delta m$  и, используя соотношения (15), (16), значение интеграла от изменения показателя преломления вдоль пучка, проходящего через неоднородность.

Данные рассуждения лежат в основе интерференционных методов исследования прозрачных неоднородностей, в частности, в аэрофизическом эксперименте для исследования газовых потоков. Могут использоваться интерференционные установки различного типа. Наибольшее распространение получили интерферометры с амплитудным делением пучков, и среди них интерферометр Маха – Цандера (рис. 5). Точечный источник света 1 в фокальной плоскости коллиматорной линзы 2, создает параллельный пучок света, попадающий на полупрозрачное зеркало З. Это зеркало делит амплитуду падающего пучка на две равные части. Одна часть проходит через зеркало 3, другая отражается от него. Затем оба пучка полностью отражаются зеркалами 4, 5 и вновь объединяются вторым полупрозрачным зеркалом 6. Один из пучков проходит к зеркалу 6 через исследуемую неоднородность 7 (измерительный), а другой – через невозмущенную область (опорный). Объективом 8 изображение неоднородности проецируется на экран 9, где наблюдается интерференционная картина.

Таким образом, в плоскости наблюдения формируется стационарная (квазистационарная при изменении параметров неоднородности) картина, соответствующая случаю  $\Delta \omega = 0$ . При отсутствии неоднородности и симметричном угле падения пучков (относительно нормали к плоскости наблюдения) на экране видны прямые интерференционные полосы с шагом  $h = \lambda/2 \sin(\alpha/2)$ , где  $\alpha$  – угол между интерферирующими пучками. Для малых углов  $\alpha$  шаг полос  $h \approx \lambda/\alpha$ . Наклоном зеркала 6 можно регулировать угол  $\alpha$ , и тем самым шаг и наклон интерференционных полос.

В общем случае невозможно однозначно определить 3-мерное распределение изме-

нения показателя преломления по интерферограммам, полученным при одном направлении просвечивания неоднородности. Однако в некоторых случаях, например для плоских объектов, когда  $\Delta n(x, y, z) = \Delta n(x, y)$ , задача имеет однозначное решение. При этом выражение (5) преобразуется к виду  $\Delta \varphi(x, y) = 2\pi L \Delta n(x, y)/\lambda$ , где L – размер неоднородности вдоль распространения предметной волны. Соотношение (16) для сдвига полос перейдет в

$$\Delta m(x, y) = L\Delta n(x, y)/\lambda. \tag{17}$$

Выражение (17) дает возможность определить изменение  $\Delta n(x, y)$  по сдвигу интерференционных полос

$$\Delta n(x, y) = \Delta m(x, y) \lambda / L$$

что позволяет, например для газов, определить изменение плотности. В этом случае  $n = 1 + \xi \rho$ , где  $\xi$  – постоянная Гладсона – Дейла (для разных газов разная),  $\rho$  – плотность газа.

Методы оптической интерферометрии являются наиболее эффективными оптическими методами исследования газовых неоднородностей. Однако на крупных установках их реализация с использованием классических интерферометров типа Маха – Цандера сопряжена с существенными трудностями [5]. Это обусловлено тем, что в данных устройствах для формирования и предметной, и опорной волн используется один источник света. При этом необходимо обеспечить прохождение опорной волны без искажений к области ее суперпозиции с предметной волной, что является основным препятствием реализации этих методов на крупных установках, габариты и конструктивные особенности которых могут сделать невозможным использование подобных интерферометров. Формирование опорной волны от независимого источника света упрощает ситуацию. До недавнего времени данный подход был невозможен. Однако появление высокоскоростных чувствительных фотоприемников (телекамер) позволило реализовать данный подход.

На рис. 6, а приведена одна из возможных схем регистрации интерферограмм с формированием интерферирующих волн от двух независимых источников света. Излучение лазера 1 объективом 2 и коллиматорной линзой 3 формируется в плоскопараллельный пучок, который служит предметной волной. После прохождения исследуемой неоднородности 4 и собирающей линзы 5 излучение подается на регистрирующее устройство, включающее светоделительный кубик 6, лазерный источник света 7 с объективом 8 и телекамеру 9. Изображения сохраняются на компьютере 10. На первом этапе использовались два обычных (Не-Nе)-лазера мощностью до 2 мВт, генерирующих излучение на одной-двух частотах, и телевизионная камера Leutron Vision LV8500. Время экспозиции составляло T = 1 - 10 мкс.



Рис. 6. Оптическая схема регистрации интерферограмм с формированием опорной волны от независимого источника света

Для получения качественных интерферограмм необходимо было обеспечить достаточно близкое совпадение частот излучения лазеров. Для этого вводилась серия изображений (до 400 кадров с частотой 25 Гц). При этом частота генерации одного из лазеров медленно сдвигалась путем изменения температуры резонатора. В одной серии удавалось фиксировать 1–3 интерферограммы. На рис. 6,  $\delta$  приведена типичная интерферограмма пламени спиртовки, полученная данным способом.

В дальнейшем система подстройки частоты была усовершенствована. Заднее зеркало лазера 7 устанавливалось на пьезокерамической шайбе 11, на которую подавалось пилообразное напряжение амплитудой до 12 В. Изменение напряжения на пьезокерамике приводило к изменению длины резонатора и тем самым к сдвигу частоты излучения. Для запуска камеры использовался сигнал с фотоприемника 13, входной зрачок которого существенно меньше характерного размера интерференционной полосы. Частотный диапазон усилителя фотодатчика ограничен сверху частотой  $f_{\text{max}} \approx 50$  кГц. При достаточно близком совмещении частот ( $\Delta v < f_{max}$ ), датчик фиксирует биения интенсивности вследствие смены цугов излучения лазеров и / или сдвига полос из-за несовпадения частот. В результате удавалось надежно фиксировать интерференционные картины с частотой до 10 Гц с экспозицией Т до 10 мкс.

Схема еще более упрощается при использовании лазеров со стабилизацией частоты генерации, обладающих возможностью ее плавной подстройки. Это позволяет применить рассмотренный подход при исследовании импульсных и быстропротекающих процессов, когда применение рассмотренных выше схем становится затруднительным в связи с невозможностью регистрации интерферограмм в любой необходимый по условиям эксперимента момент времени.

Впервые способ был предложен и реализован в Институте теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН. На рис. 7 приведены результаты исследования обтекания клина сверхзвуковым потоком в аэродинамической трубе T-325M при числе Маха M = 3. Сечение рабочей части  $40 \times 40$  мм. Зарегистрированные интерферограммы позволили не только визуализировать структуру течения, но и получить количественную информацию о распределении плотности в потоке. На рис. 8 представлены результаты экспериментов, демонстрирующие возможности использования метода для исследования неоднородностей с большими размерами вдоль пучка зондирующего излучения (десятки метров). Регистрировались естественные и возникающие над факелом горелки возмущения в слое атмосферы толщиной 80 м (расстояние между коллиматорной и приемной частью интерферометра). Подобные исследования практически недоступны с использованием интерферометров типа Маха – Цандера. В обоих случаях применялась схема с пьезоэлектрическим сканированием частоты и выделением синхроимпульса запуска телекамеры по сигналу с фотодатчика 13 (см. рис. 6).

# Лабораторная работа регистрации интерферограмм с формированием опорной волны от независимого источника света

Рассмотренный подход послужил основой для реализации лабораторной работы практикума по физической оптике НГУ. Оптическая схема и внешний вид установки приведены на рис. 9, 10. В качестве источников излучения используются два однотипных (He–Ne)-лазера ЛГН-303 М1 (I, 2) со стабилизацией частоты генерации и долговременной ( $\approx 8$  ч) относительной ее нестабильностью

$$\Delta v/v \approx 10^{-8} \approx 5 \text{ MFg},$$

кратковременной нестабильностью

$$\delta v / v \approx 10^{-10} \approx 50$$
 кГц.

Лазеры обладают блоками подстройки, позволяющими вариацией управляющего напряжения проводить плавную перестройку частоты в диапазоне  $\pm 100$  МГц. Лаборатория оснащена стабилизированным источником питания 3, позволяющим изменять управляющее напряжение и частоту с точностью  $\pm 1$  мВ и 20 кГц соответственно. С помощью объективов 4 лазерное излучение преобразуется в расходящееся. Предметный пучок проходит через коллиматоры 5 и исследуемую неоднородность 6 и попадает на полупрозрачное зеркало 7, на котором происходит его совмещение с опорным пучком.



Рис. 7. Интерферограмма (а) и распределение плотности (в сдвигах интерференционных полос) (б) в выделенных сечениях, полученные при исследовании сверхзвукового обтекания клина



*Рис.* 8. Интерферограммы слоя атмосферы толщиной 80 м: *а* – естественные возмущения; *б* – возмущения над спиртовой горелкой



*Рис. 9.* Схема регистрации интерферограмм с формированием опорной волны от независимого источника света





*Рис. 10.* Установка для регистрации интерферограмм с формированием опорной волны от независимого источника света: *а* – общий вид установки; *б* – узел совмещения пучков

Для выравнивания поляризаций интерферирующих волн в установке предусмотрен поляроид 8, навинчиваемый на объектив телекамеры 9. Интерферограммы сохраняются на персональном компьютере 10.

Следует отметить, что на данной установке удается фиксировать интерферограммы с временами экспозиции до 200 мкс, а используемые лазеры при тщательной настройке позволяют надежно регистрировать интерференционные картины в любой момент времени на протяжении 1 часа.

В качестве исследуемой неоднородности используется пламя свечи. На рис. 11 представлена типичная интерферограмма, полученная на установке в ходе выполнения лабораторной работы. Поскольку при отсутствии внешней конвекции пламя имеет осевую симметрию, для восстановления распределения коэффициента преломления и, следовательно, оценочной температуры по расшифрованным интерферограммам можно использовать преобразование Абеля [6]. При выполнении лабораторной работы студенты также имеют возможность ознакомиться с простейшими операциями обработки изображений (повышение контраста, выполнение арифметических операций) как с несколькими изображениями, так и с арифметическими операндами, различными видами фильтрации. Например, на рис. 12, а приведен результат деления изображения, приведенного на рис. 11, на распределение суммарной интенсивности источников света (рис. 12, б), полученного при большой разности частот излучения лазеров. Данная операция позволила выровнять яркость интерферограммы по рабочей области. Изменение яркости изображения на исходной интерферограмме обусловлено неоднородностью суммарной интенсивности лазерных источников света по полю изображения.

#### Заключение

Результаты, приведенные в данной работе, демонстрирующие возможность использования независимых источников света для формирования интерферирующих волн, важны не только в плане применения оптической интерферометрии для исследования фазовых неоднородностей, но и с точки зрения преподавания материала по физической оптике. По мнению авторов, это требует соответствующей корректировки в методике



*Рис. 11.* Интерференционная картина, полученная на лабораторной установке



Рис. 12. Обработанная исходная интерферограмма (см. рис. 11) (*a*) и распределение суммарной интенсивности источников света по полю изображения (б)

преподавания соответствующих курсов, поскольку в современных учебниках по физической оптике вопрос о регистрации интерферограмм с использованием независимых источников света, как правило, не рассматривается вовсе, или в явной или неявной форме указывают на ее принципиальную невозможность.

Еще раз подчеркнем, что для реализации способа необходимо обеспечить выполнение всего двух условий: время экспозиции и разность частот генерации используемых лазеров должны быть достаточно малы. Это позволяет реализовать подобную схему практически в любой оптической лаборатории с применением обычных одночастотных лазеров и телекамер с временем экспозиции порядка 10 мкс. Очевидно, что при таких экспозициях снимается и проблема разности хода опорной и зондирующей волн при использовании обычных двухлучевых интерферометров, что существенно упрощает работу с этими устройствами.

## Список литературы

1. *Ахманов С. А., Никитин С. Ю.* Физическая оптика. М.: Наука, 2004. 654 с.

2. *Ландсберг Г. С.* Оптика. М.: Наука, 1976.

3. *Борн М.*, *Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970.

4. Клочков В. П., Козлов Л. Ф., Потыкевич И. В., Соскин М. С. Лазерная анемометрия, дистанционная спектроскопия и интерферометрия. Киев: Наук. дум., 1985.

5. Бойко В. М., Оришич А. М., Павлов А. А. и др. Методы оптической диагностики в аэрофизическом эксперименте: Моногр. / Ин-т теор. и прикл. механики им. С. А. Христиановича СО РАН. Новосибирск, 2009. 450 с.

6. Островский Ю. И., Бутусов М. М., Островская Г. В. Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977.

Материал поступил в редколлегию 12.09.2010

#### A. A. Pavlov, M. P. Golubev, Al. A. Pavlov

#### INTERFEROGRAM REGISTRATION USING SEPARATE LIGHT SOURCE FOR REFERENCE BEAM FORMING

Issues relating to light waves interference are considered in the paper. The possibility of registration of the interference pattern formed by two different light sources is discussed. Relations describing interference fringe contrast are given. Shot review of the lab work implemented at Physical Optics Laboratory of Novosibirsk State University and demonstrated the possibility is cited. The paper is usable both with relation to methodology of presentation of educational material and in respect to utilization of optical interferometry techniques in physical experiments.

*Keywords*: optical interference, two-beam interferometry, separate light sources, interference fringe contrast, methods of optical interferometry, investigation of phase heterogeneities.