

Е. В. Бакланов, А. А. Курбатов

Институт лазерной физики СО РАН
пр. Акад. Лаврентьева, 13/2, Новосибирск, 630090, Россия

Новосибирский государственный университет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090, Россия

E-mail: aleksk@laser.nsc.ru

УВЕЛИЧЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ / ШУМ В ПРЕЦИЗИОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ *

Рассмотрена возможность увеличения отношения сигнал / шум в одном из основных методов лазерной спектроскопии без доплеровского уширения – методе насыщенного поглощения. Предполагается использовать встречные пучки излучения лазера в многомодовом режиме. Взаимодействие встречных мод с различными частотами позволит увеличить число атомов газа, эффективно взаимодействующих с полем, а следовательно, и величину узкого резонанса в форме линии. Показано, что для фотонного шума, который принципиально неустраним, отношение сигнал / шум можно увеличить в \sqrt{N} раз, где N – число мод. Для других шумов (флуктуации мощности излучения, шумы фотодетектора и т. п.) величина сигнал / шум может возрасти в N раз.

Ключевые слова: лазерная спектроскопия, оптические резонансы, оптические стандарты.

Одним из основных методов лазерной спектроскопии без доплеровского уширения является метод насыщенного поглощения [1; 2]. В основе метода лежит явление селекции атомов по скоростям при резонансном взаимодействии оптических полей с газом. Этот эффект позволяет получать узкие резонансы в центре линии, ширина которых намного меньше доплеровской ширины. Этот метод широко применяется для стабилизации частоты лазера и прецизионной лазерной спектроскопии. В качестве примера можно привести измерения частот переходов тонкой структуры уровня 2^3P атома гелия [3], которые позволили уточнить постоянную тонкой структуры α . Резонанс насыщенного поглощения используется в качестве репера для стабилизации частоты лазера. Оптический стандарт частоты с ультракороткими атомами кальция [4]

имеет воспроизводимость (relative uncertainty) частоты на уровне 10^{-15} .

Обычно метод насыщенного поглощения связывают с резонансом мощности поглощения в поле стоячей волны – резонансом насыщенного поглощения. Однако он существует и при взаимодействии встречных волн с разными частотами (см., например, [5]). Эта особенность позволяет увеличить число атомов газа, эффективно взаимодействующих с полем, а следовательно, и величину узкого резонанса в форме линии. Однако этот метод не получил широкого распространения, хотя его перспективность для увеличения отношения сигнал / шум была продемонстрирована экспериментально и в работе [6]. С того времени существенно увеличились возможности эксперимента, появилось много новых источников генерации излучения с самосинхронизацией

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 11-02-00508-а и 11-02-00468-а).

мод (фемтосекундные лазеры, диодные лазеры). Мы ожидаем, что эта методика приведет к существенному увеличению отношения сигнал / шум, что может быть использовано в современных стандартах частоты для увеличения их точности и стабильности.

В работе проанализирована возможность увеличения отношения сигнал / шум при использовании резонанса насыщенного поглощения при многомодовом режиме встречных волн. Рассмотрена схема измерения малых осцилляций поверхности с помощью резонанса насыщенного поглощения. Показано, что для фотонного шума, который является принципиально неустрашимым, отношение сигнал / шум можно

увеличить в \sqrt{N} раз, где N – число мод. Для других шумов (флуктуации мощности излучения, шумы фотодетектора и т. п.) величина сигнал / шум может возрасти в N раз.

Измерение малых периодических смещений с помощью узких оптических резонансов

Метод измерения основан на регистрации малых изменений частоты генерации лазера, которые возникают при изменении длины резонатора или показателя преломления среды под действием возмущений [7]. Принципиальная схема метода представлена на рис. 1.

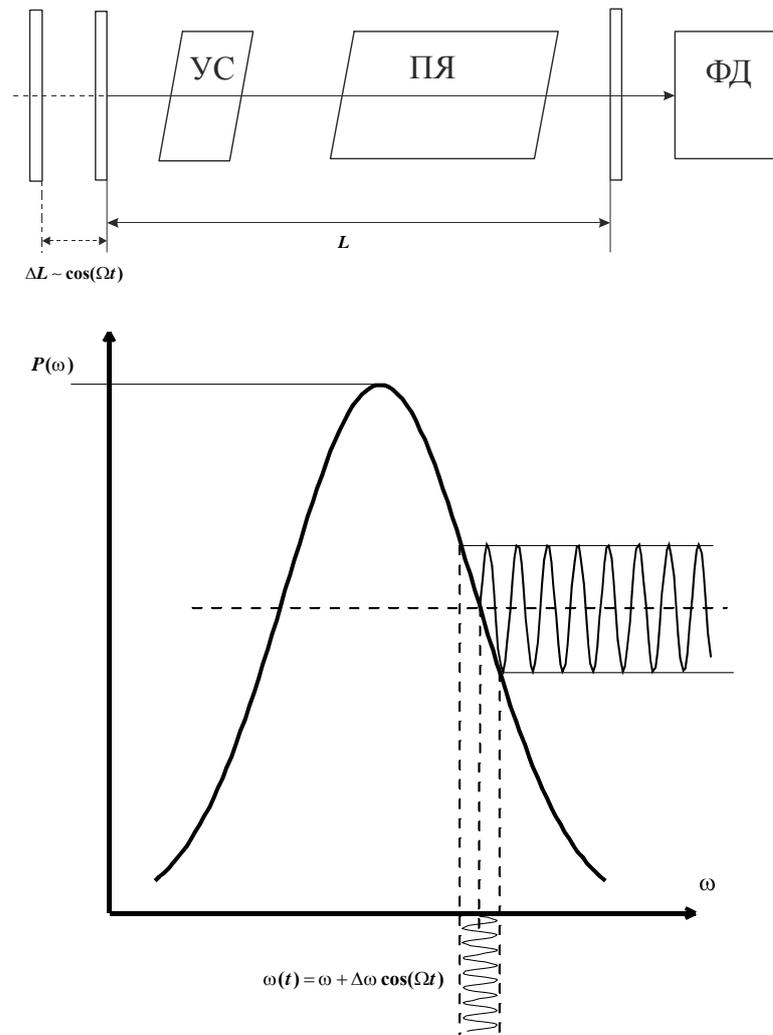


Рис. 1. Принципиальная схема измерения малых смещений с помощью оптического резонанса: УС – усиливающая среда; ПЯ – поглощающая ячейка; ФД – фотодетектор

Внутри резонатора Фабри – Перо находятся усиливающая среда и ячейка с газом, которая реализует узкий резонанс насыщенного поглощения, ширина которого много меньше доплеровской ширины. Периодическое возмущение частоты Ω , действуя на одно из зеркал резонатора лазера, вызывает изменение длины резонатора L на величину ΔL , а следовательно, и частоты генерации:

$$\omega(t) = \omega + \Delta\omega \cos \Omega t,$$

где $\Delta\omega = \omega \Delta L / L$, ω – частота лазера. С помощью узкого резонанса в форме линии поглощения изменение частоты генерации преобразуется в изменение мощности излучения лазера ΔP , которое затем регистрируется фотодетектором. Величину ΔP мы будем называть сигналом.

Для наблюдения резонанса сигнал нужно зарегистрировать на фоне шума. Из всех шумов принципиально неустранимым является фотонный шум, который связан с квантовой природой флуктуаций лазерного излучения. Оценим его величину. Пусть P_0 – мощность излучения лазера, которую регистрирует приемник в полосе $\delta\omega$. Можно считать, что приемник воспринимает лазерное излучение в виде импульсов длительностью $\tau = 1/\delta\omega$. Для пуассоновской функции распределения фотонов их среднее значение в импульсе равно

$$n = \frac{P_0 \tau}{\hbar\omega},$$

а дисперсия есть

$$\Delta n = \sqrt{n} = \sqrt{\frac{P_0 \tau}{\hbar\omega}}.$$

Так как $\hbar\omega$ – энергия фотона, то мощность шума в полосе $\delta\omega$ равна $P_{\text{noise}} = \hbar\omega \Delta n / \tau$. Таким образом,

$$P_{\text{noise}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega P_0}{\tau}}.$$

Отношение мощности сигнала к мощности шума есть

$$\frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} = \Delta P \sqrt{\frac{\tau}{\hbar\omega P_0}}. \quad (1)$$

Для получения максимальной чувствительности необходимо настраивать частоту лазера в область наибольшей крутизны резонанса. Чувствительность преобразования растет при увеличении интенсивности резонанса и уменьшении его ширины.

Далее мы будем рассматривать многомодовый режим генерации. Поле в этом случае

удобно рассматривать как совокупность встречных волн с различными частотами, симметричными относительно резонанса насыщенного поглощения.

Резонанс насыщенного поглощения для двух встречных волн

Рассмотрим взаимодействие с газом двух встречных волн с частотами, симметричными относительно частоты перехода ω_{21} между уровнями 2 и 1. Пусть в направлении оси z распространяется волна с частотой ω^+ , а навстречу ей распространяется волна с частотой ω^- , причем частота атомного перехода ω_{21} близка к частотам ω^+ и ω^- . Проекцию скорости атома на ось z в пучке обозначим, как v . Волна с частотой ω^+ взаимодействует с атомами, скорости которых находятся из условия резонанса

$$\omega^+ = \omega_{21} - kv,$$

где k – волновой вектор. Для встречной волны условие резонанса есть

$$\omega^- = \omega_{21} + kv.$$

В общем случае волны взаимодействуют с различными атомами. При выполнении условия

$$\frac{\omega^+ + \omega^-}{2} = \omega_{21} \quad (2)$$

обе волны взаимодействуют с одними и теми же атомами (рис. 2), которые имеют скорость

$$v = \frac{\omega^+ - \omega^-}{2k}.$$

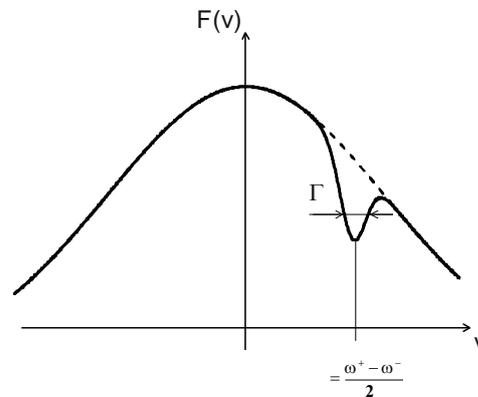


Рис. 2. Провал с однородной шириной Γ в распределении по скоростям (доплеровский контур) при взаимодействии встречных волн с различными частотами

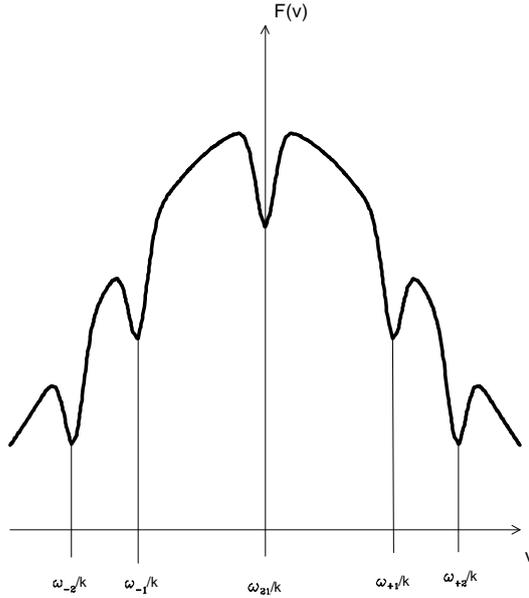


Рис. 3. Образование провалов в доплеровском контуре при многомодовом режиме встречных волн в газе

Это обстоятельство приводит к появлению резонанса в мощности поглощения какой-либо из волн, когда $\omega^+ + \omega^- = 2\omega_{21}$. Выражение для резонанса насыщенного поглощения имеет вид

$$P(\omega) = P \left(1 - \kappa \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_{21})^2 + (\Gamma/2)^2} \right), \quad (3)$$

где P – мощность волны, $\omega = (\omega^+ + \omega^-)/2$, Γ – однородная ширина линии, k – безразмерный параметр насыщения. Видно, что при изменении ω (за счет ω^+ или ω^-) возникает резонанс с шириной Γ . Отметим, что при $\omega^+ = \omega^-$ эта формула описывает резонанс насыщенного поглощения в поле стоячей волны. Обобщение на случай различных частот осуществляется переходом к движущейся системе координат с учетом доплеровского сдвига частот волн.

Величина резонанса равна

$$P(\infty) - P(0) = P\kappa.$$

Это максимально возможная величина сигнала. Поэтому мы примем, что

$$\Delta P = P\kappa.$$

Так как $\kappa \ll 1$, то в формуле (1) положим $P_0 = P$. Формула (1) принимает вид

$$\frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} = \kappa \sqrt{\frac{P\tau}{\hbar\omega}}.$$

Отсюда видно, что для увеличения отношения сигнала к шуму необходимо увеличивать мощность встречных волн. Однако ограничение мощности связано с условием $\kappa \ll 1$, при котором справедлива формула (3).

Многомодовый режим встречных волн

Рассмотрим многомодовый режим встречных волн в резонаторе Фабри – Перо. Моды резонатора являются стоячими волнами, частоты которых равны

$$\omega_n = \omega + \Delta\omega n,$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; ω – частота моды, которая близка к частоте атомного перехода ω_{21} ; $\Delta\omega$ – межмодовое расстояние. Стоячая волна моды резонатора есть сумма двух встречных бегущих волн, причем для каждой волны с частотой $\omega_n^+ = \omega_n$ всегда найдется волна, у которой $\omega_n^- = \omega_{-n}$. Поэтому мы можем для каждой такой пары встречных волн записать условие (2):

$$\frac{\omega_n^+ + \omega_n^-}{2} = \omega.$$

Будем считать, что расстояние между модами $\Delta\omega$ много больше однородной ширины перехода Γ . Это означает, что каждая из пар встречных волн взаимодействует с различными атомами, а следовательно, дает независимый вклад в коэффициент поглощения (рис. 3). При этом коэффициенты поглощения мод с различными индексами n складываются. Формула (3) в многомодовом режиме принимает следующий вид:

$$P(\omega) = \sum_n P_n \left(1 - \kappa_n \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_{21})^2 + (\Gamma/2)^2} \right),$$

где P_n – мощность одной из бегущих волн с индексом n ; $\kappa_n = P_n / 2P_{\text{sat}}$. Перепишем полученную формулу в виде

$$P(\omega) = P_0 - \Delta P \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega - \omega_{21})^2 + (\Gamma/2)^2},$$

$$P_0 = \sum_n P_n, \quad \Delta P = \sum_n P_n \kappa_n.$$

В простом случае, когда число мод ограничено числом N , а мощности P_n одинаковы и равны P , имеем

$$P_0 = NP,$$

$$\Delta P = NP\kappa.$$

Подставив эти выражения в (1), получим

$$\frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} = \kappa \sqrt{\frac{NP\tau}{\hbar\omega}}.$$

Видно, что отношение сигнала к шуму увеличивается в \sqrt{N} раз по сравнению с одно-модовым режимом.

Другие шумы

Мы рассмотрели принципиально неустранимый фотонный шум, который ограничивает чувствительность рассматриваемого метода. Однако в реальных условиях эксперимента чувствительность измерений падает из-за присутствия дополнительных шумов, которые обусловлены флуктуациями мощности излучения, шумами фотодетектора и другими причинами. Тепловые и механические флуктуации зеркал являются другими важными источниками шумов. На фотодетекторе наводится напряжение на частоте Ω

$$U(t) = U \cos \Omega t.$$

В присутствии шума напряжение на частоте Ω удобно записать как действительную часть выражения

$$U(t) = U_{\text{signal}} \exp(-i\Omega t) + U_{\text{noise}} \exp(-i\Omega t + i\varphi).$$

Здесь U_{signal} – напряжение сигнала, пропорциональное P_{signal} ; U_{noise} – амплитуда шума на частоте Ω ; φ – медленно меняющаяся случайная фаза. В эксперименте регистрируется величина

$$P = \langle U(t)U(t)^* \rangle,$$

где усреднение производится по случайной фазе. В отсутствие шума

$$P = U_{\text{signal}}^2.$$

Мы будем считать, что фазы шумов φ_n для разных мод встречных волн некоррелированы, т. е.

$$\langle \exp[i(\varphi_n - i\varphi_{n'})] \rangle = \delta_{nn'}.$$

Тогда

$$U(t) = \exp(-i\Omega t) \sum_{n=1}^N [U_{\text{signal}} + U_{\text{noise}} \exp(i\varphi_n)].$$

Будем считать, что U_{signal} и U_{noise} не зависят от N . Тогда для регистрируемой величины имеем

$$P = N^2 U_{\text{signal}}^2 + N U_{\text{noise}}.$$

Отсюда следует, что при увеличении числа мод отношение сигнал / шум возрастает в N раз.

Заключение

Мы показали, что использование метода насыщенного поглощения в многомодовом режиме может существенно увеличить отношение сигнал / шум. Для шумов, которые существенно превышают фотонный шум, величина сигнал / шум возрастает пропорционально числу мод, взаимодействующих с газом. Это связано с тем, что каждая из пар встречных волн взаимодействует с различными атомами, а следовательно, дает независимый вклад при формировании резонанса мощности. Поэтому вклад в напряжение на фотодетекторе от каждой пары встречных мод можно считать независимым каналом измерений. При суммировании на фотодетекторе напряжений от всех N пар сигнал (квадрат напряжения) увеличивается в N^2 раз. Шум же увеличивается только в N раз, так как фазы шума в независимых каналах считаются некоррелированными.

Существуют примеры, когда на одном фотодетекторе одновременно регистрируются несколько независимых измерений. В работе [8] приведены результаты измерения малых осцилляций поверхности с помощью фемтосекундного лазера. Показано, что увеличение числа спектральных компонент в излучении приводит к уменьшению минимальной регистрируемой амплитуды колебаний поверхности. По существу, мы имеем дело с интерферометрией интенсивности, эффективность которой в астрономических исследованиях была продемонстрирована еще Брауном и Твиссом для $N = 2$ [9].

Список литературы

1. Летохов В. С., Чеботаев В. П. Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения. М.: Наука, 1990. 512 с.
2. Demtröder W. Laser Spectroscopy. Springer, 1996. 924 p.
3. Minardi F., Bianchini G., Paster P. C., Giusfredi G., Pavone F. S., Inguscio M. Measurement of the Helium $2^3P_0-2^3P_1$ Fine Structure Interval // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 82. No. 6. P. 1112–1115.

4. Degenhardt C., Stoehr H., Lisdat C., Wilpers G., Schnatz H., Lipphardt B., Nazarova T., Pottie P., Sterr U., Helmcke J., Riehle F. Calcium Optical Frequency Standard with Ultracold Atoms: Approaching 10^{-15} Relative Uncertainty // *Phys. Rev.* 2005. Vol. A 72. No. 6. P. 062111–062128.

5. Бакланов Е. В., Чеботаев В. П. О постановке прецизионных физических экспериментов в оптике // *УФН.* 1977. Т. 122, вып. 5. С. 513–523.

6. Riehle F., Ishikawa J., Helmcke J. Suppression of a Recoil Component in Nonlinear Doppler-Free Spectroscopy // *Phys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 61. No. 18. P. 2092–2095.

7. Багаев С. Н., Дычков А. С., Чеботаев В. П. Применение узких оптических ре-

зонансов для измерения малых смещений и для создания детекторов гравитационных волн // *Письма в ЖЭТФ.* 1981. Т. 33, вып. 2. С. 85–88.

8. Бакланов Е. В., Денисов В. И., Кузнецов С. А., Пивцов В. С. Об измерении осциллирующей поверхности с помощью фемтосекундного лазера // *Квантовая электроника.* 2005. Т. 35, № 8. С. 767–768.

9. Brown R. H., Twiss R. Q. A New Type of Interferometer for Use in Radio Astronomy // *Philos. Mag.* 1954. Vol. 45. P. 663–682.

Материал поступил в редколлегию 25.05.2012

E. V. Baklanov, A. A. Kurbatov

INCREASING OF THE SIGNAL-TO-NOISE RATIO IN PRECISION SPECTROSCOPY

Is considered the possibility of increasing the signal / noise ratio in one of the main methods of laser spectroscopy without Doppler broadening – the method of saturated absorption. The colliding beam of laser radiation in a multimode regime is expected to be used. Interaction of counter propagating modes with different frequencies will increase the number of gas atoms effectively interact with the field and, consequently, the value of a narrow resonance line shape. It is shown that the photon noise, which is essentially unavoidable, signal / noise ratio can be increased in a time where – the number of modes. For other noise (power fluctuations of the radiation, noise, photo detector, etc.) the magnitude of the signal / noise ratio may increase again.

Keywords: laser spectroscopy, optical resonances, optical standards.