

Е. В. Подрябинкин, В. Я. Рудяк

Новосибирский технологический центр
компании «Бейкер Хьюз»
ул. Кутателадзе, 4а, Новосибирск, 630128, Россия

Новосибирский государственный
архитектурно-строительный университет
ул. Ленинградская, 113, Новосибирск, 630008, Россия

E-mail: Evgeny.Podryabinkin@gmail.com
Valery.Rudyak@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЗАЗОРЕ С ЭКСЦЕНТРИСИТЕТОМ И ВРАЩЕНИЕМ ВНУТРЕННЕГО ЦИЛИНДРА *

Систематически изучены установившиеся турбулентные течения ньютоновской жидкости в эксцентричном зазоре между двумя цилиндрами с возможным вращением внутреннего цилиндра. Моделирование проводилось на основе модели переноса касательных напряжений Менгера в широком диапазоне чисел Рейнольдса, отношений радиусов и эксцентриситета. Получены данные о зависимости поля течения и падения давления вдоль канала от эксцентриситета, расхода жидкости и вращения внутреннего цилиндра в широком диапазоне параметров. Показано, что характеристики течения определяются тем, какое течение – напорное или вращательное – доминирует и обуславливает генерацию турбулентности. При доминировании вращательного течения перепад давления зависит от расхода практически линейно. При доминировании аксиального течения вращение практически не влияет на перепад давления в случае концентричного канала. Развитие возвратного течения в канале с эксцентриситетом имеет определяющее влияние на перепад давления. В случае, когда доминирует вращательное течение, образование возвратного течения сопровождается пороговым перестроением течения при некотором критическом значении эксцентриситета. Для случая концентрических цилиндров построена корреляция, позволяющая с высокой точностью определять падение давления в канале в различных режимах течения.

Ключевые слова: турбулентное течение, кольцевой зазор, эксцентриситет, ньютоновская жидкость, вращающийся внутренний цилиндр, падение давления.

Введение

Течения несжимаемой жидкости в зазоре между двумя цилиндрами с эксцентриситетом и вращением внутреннего цилиндра реализуются в различных технических устройствах: в теплообменниках, подшипниках скольжения, центрифугах, буровых колоннах, ротационных вискозиметрах и т. д. Ламинарные течения данного класса в настоящее время изучены достаточно хорошо (см. [1–3] и цитированную там литературу). Вместе с тем на практике течения данного

класса часто оказываются турбулентными. По этой причине они интенсивно изучаются последние пять десятилетий. Экспериментально, однако, обычно исследовались либо чисто напорные течения, либо цилиндрическое течение Куэтта (см., например, [4; 5] и цитированную там литературу). Связано это прежде всего с тем, что реализация спирального течения, даже в случае концентричных цилиндров, требует весьма сложной экспериментальной установки. Быстрое развитие вычислительных технологий позволило исследовать динамику спиральных

* Авторы признательны А. А. Гаврилову за многочисленные стимулирующие обсуждения.

течений в цилиндрическом зазоре численно [6; 7]. Тем не менее до сих пор известна единственная работа [8], в которой изучается спиральное течение в цилиндрическом канале с эксцентриситетом. В ней приведены экспериментальные данные по коэффициенту сопротивления в каналах с отношением диаметров, близким к единице. В результате в литературе фактически отсутствуют данные о характеристиках турбулентных течений в каналах с эксцентриситетом. С другой стороны, на практике важно знать характеристики течений в широком диапазоне параметров (геометрия канала, свойства жидкости и режим течения), а также их зависимость от этих параметров. Цель данной работы и заключается в изучении этого класса течений и определении зависимости гидравлического сопротивления в канале от параметров задачи в достаточно широком диапазоне.

В работе рассматривалось установившееся развитое турбулентное напорное течение в зазоре между двумя цилиндрами ньютоновской жидкости с заданным расходом. В общем случае оси цилиндров не совпадают, т. е. имеет место эксцентриситет. Внутренний цилиндр может вращаться с постоянной угловой скоростью. Течение изучалось в широком диапазоне параметров: отношение радиусов θ менялось от 0,2 до 0,9; эксцентриситет – от 0 до 0,99; аксиальное число Рейнольдса – от 0 до 200 000; вращательное число Рейнольдса – от 0 до 5 000 000.

Для моделирования применялся алгоритм [9], разработанный на основе метода конечных объемов, использующий модель Ментера [10] переноса вязких напряжений. В результате расчетов определялись осредненные значения перепада давления, полей скорости и давления, кинетической энергии турбулентных пульсаций и скорости ее диссипации. В данной работе представлены результаты систематических расчетов – около пятидесяти тысяч.

Характеристики напорного течения

В ламинарном напорном течении ньютоновской жидкости перепад давления вдоль канала пропорционален расходу жидкости через сечение, поэтому для описания зависимости перепада давления от безразмерных

параметров течения удобно использовать параметр, равный произведению коэффициента Фаннинга fa на аксиальное число Рейнольдса Re_Q

$$fa Re = \frac{2(R_1 - R_2)^2 S \Delta p}{\nu Q l},$$

фактически являющийся коэффициентом гидравлического сопротивления. Здесь R_1, R_2 – радиусы внешнего и внутреннего цилиндров соответственно; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости; Q – массовый расход через поперечное сечение канала площадью S ; Δp – перепад давления; l – длина канала. Для случая установившегося ламинарного течения в зазоре форма профиля скорости и коэффициент $fa Re$ не зависят от аксиального числа Рейнольдса

$$Re_Q = (R_1 - R_2) Q / \mu S$$

(μ – коэффициент сдвиговой вязкости). Напротив, для турбулентного течения коэффициент гидравлического сопротивления монотонно растет с увеличением аксиального числа Рейнольдса, а профиль осредненной скорости хоть и слабо, но зависит от аксиального числа Рейнольдса.

В случае течения с эксцентриситетом поле осредненной скорости имеет только аксиальную ненулевую компоненту с максимумом и минимумом на оси симметрии зазора в широком и узком местах соответственно. В отличие от ламинарного профиля скорости осредненный турбулентный профиль более пологий, т. е. максимумы скорости в широком и узком местах зазора различаются не столь существенно, как в случае ламинарного течения. В связи с этим влияние эксцентриситета

$$e = \Delta / (R_1 - R_2)$$

(Δ – расстояние между осями цилиндров) на сопротивление канала в турбулентном потоке не столь существенно (рис. 1). Так, в ламинарном течении коэффициент гидравлического сопротивления уменьшается с ростом эксцентриситета почти вдвое, тогда как в турбулентных течениях это уменьшение составляет около двадцати пяти процентов (см. рис. 1) и слабо зависит от числа Рейнольдса.

Следует, наконец, заметить, что при высоких значениях эксцентриситета скорость в узкой части зазора оказывается настолько малой, что течение здесь становится ламинарным.

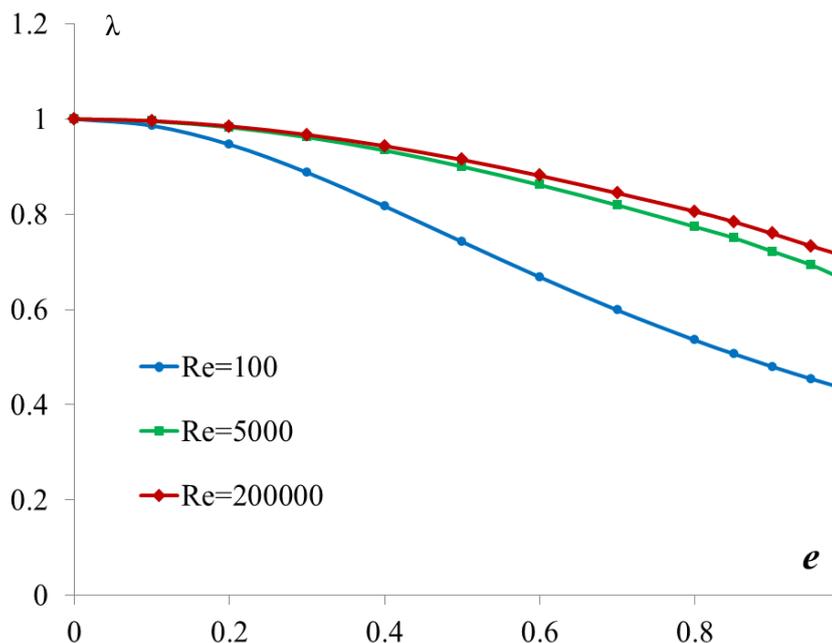


Рис. 1. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления $\lambda = f_a Re / f_a Re_0$ от эксцентриситета в напорном течении для различных аксиальных чисел Рейнольдса. $\theta = R_2 / R_1 = 0,5$

нарным. Такая ламинаризация является достаточно типичной для течений данного класса и фиксируется в расчетах.

Особенности спирального течения в осесимметричном зазоре

Турбулентность в спиральном течении может быть вызвана сильным напорным течением, быстрым вращением внутреннего цилиндра или обоими этими факторами. Структура такого течения, а также перепад давления вдоль канала определяются, тем, какое течение, напорное или вращательное, доминирует и преимущественно вызывает турбулентные пульсации. Распределение турбулентной вязкости в осесимметричном случае в основном формируется доминирующим течением и, в свою очередь, оказывает непосредственное влияние на распределение компонент осредненной скорости более слабого течения. Последние же практически не меняют турбулентную вязкость, а значит, и распределение компонент осредненной скорости доминирующего течения. Таким образом, распределение пульсационных характеристик, турбулентная вязкость

и профили компонент осредненной скорости практически полностью определяются параметрами доминирующего течения.

В случае, когда турбулентность вызвана вращением внутреннего цилиндра, турбулентные напряжения в заданном сечении существенно превосходят аксиальные, а кинетическая энергия турбулентных пульсаций имеет максимум вблизи внутреннего цилиндра и быстро затухает по мере удаления от него. Любое изменение расхода при условии, что средняя аксиальная скорость остается меньше соответствующей азимутальной, практически никак не влияет на распределение турбулентных напряжений и энергии пульсаций. Таким образом, турбулентная вязкость определяется в этом случае преимущественно вращением внутреннего цилиндра и не зависит от расхода. Поэтому гидравлическое сопротивление канала и перепад давления здесь также пропорциональны расходу, как и в ламинарных течениях. Однако такая пропорциональность имеет место даже при достаточно высоких числах Re_0 (рис. 2), когда течение является уже турбулентным. Тем не менее значения коэффициента сопротивления бу-

дут значительно превышать характерные значения для ламинарного случая (см. рис. 2).

Распределение аксиальной компоненты скорости при доминировании аксиального или вращательного течений похоже. Это объясняется весьма близким распределением осредненной турбулентной вязкости в этих двух случаях: она растет по мере удаления от стенок канала. Характер зависимости коэффициента сопротивления от расхода, однако, становится качественно иным, когда доминирует аксиальное течение. Значение коэффициента сопротивления канала (и перепада давления) в этом случае практически не зависит от скорости вращения внутреннего цилиндра и фактически совпадает со значением для чисто напорного течения (см. рис. 2).

В литературе известно множество эмпирических и полуэмпирических формул (корреляций) связывающих коэффициент сопротивления канала с числом Рейнольдса. Такие корреляции разработаны для напорных течений, однако, как было показано, течения с относительно слабым вращением также будут хорошо согласовываться с этой

корреляцией. В случае напорных течений наши данные хорошо согласуются, например, с корреляцией [11]

$$faRe = 0,12 Re_Q \left[\log(Re_Q/7) \right]^{-2}.$$

Для случая, когда доминирует вращение внутреннего цилиндра, известных корреляций для турбулентного режима течения нет. Данные наших результатов моделирования позволили такую корреляцию создать. Она имеет вид

$$faRe = \left(-2\theta^2 + 2,5\theta + 0,2 \right) \times \frac{Re_\omega^{0,85}}{40} + 10 Re_\omega^{0,1}. \quad (1)$$

Конечно, между этими двумя характерными случаями существует определенный диапазон параметров, когда нельзя выделить доминирующее течение и оба механизма генерации турбулентности вносят существенный вклад в формирование турбулентного потока. В этом диапазоне $Re_\omega \approx 2 Re_Q$, и средние аксиальная и вращательная скорости близки. Чтобы описать зависимость перепада давления в этом диапазоне, была построена

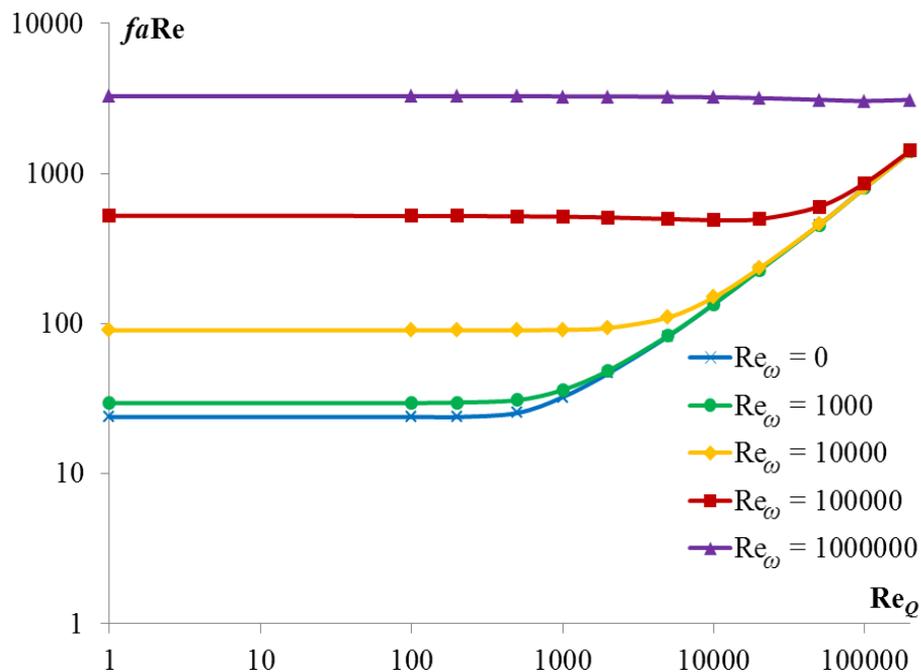


Рис. 2. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от аксиального числа Рейнольдса для различных вращательных чисел Рейнольдса. $\theta = 0,5$

универсальная корреляция, фактически сопрягающая две упомянутые и работающая, в том числе, в промежуточных режимах:

$$fa Re = \frac{Re_{\omega}}{Re_{\omega} + Re_Q} \times \left[\left(-2\theta^2 + 2,5\theta + 0,2 \right) \frac{Re_{\omega}^{0,85}}{40} + 10 Re_{\omega}^{0,1} \right] + \frac{Re_Q}{0,1 Re_{\omega} + Re_Q} 0,13 Re_Q \left[\log(Re_Q / 8) \right]^{-2}. \quad (2)$$

Данные численного моделирования описываются корреляцией (2) с точностью не ниже 7 %.

Характеристики спирального течения в канале с эксцентриситетом

Наличие в канале эксцентриситета приводит к нарушению осевой симметрии течения. Изменение картины течения в зависимости от эксцентриситета при ламинарном и турбулентном течениях качественно похожи. При малых эксцентриситетах вращение жидкости сонаправлено вращению внутреннего цилиндра, а линии тока охватывают внутренний цилиндр и по форме близки к окружностям. При малых значениях эксцентриситета и доминировании аксиального течения характер течения остается таким же, как и у напорного, с той лишь разницей, что профиль осредненной аксиальной скорости несколько смещен в направлении вращения от плоскости симметрии эксцентричного зазора. При доминировании вращательного течения в случае малых эксцентриситетов максимумы осредненной аксиальной скорости в широкой и узкой частях зазора практически не отличаются.

Наиболее характерная особенность спирального течения с эксцентриситетом – образование возвратного течения. Формирование такого вихря фактически является пороговым процессом и характеризуется некоторым критическим значением e_* . Физически это связано с тем, что средняя скорость на выходе из узкого места зазора падает в азимутальном направлении, а давление растет. На некотором расстоянии от узкого места зазора кинетической энергии потока вблизи стенки недостаточно для того, чтобы переместить жидкость против сил давления, возрастающих в направлении по-

тока. Вблизи этого сечения начинается отрыв потока от стенки, и возникает возвратное течение. С увеличением эксцентриситета размеры возвратного течения увеличиваются, а циркуляция в области зазора усиливается. Когда эксцентриситет близок к единице, вся область зазора занята возвратным течением.

Наиболее интересно формирование возвратного вихря происходит при доминировании возвратного течения. В этом случае результаты моделирования демонстрируют отсутствие непрерывной зависимости картины течения (полей осредненной скорости, давления и других величин) от эксцентриситета. Критическое значение эксцентриситета, при котором наблюдается резкое изменение поля скорости, зависит от отношения радиусов и чисел Рейнольдса. Пример порогового перестроения приведен на рис. 3. Здесь при эксцентриситете $e = 0,81$ возвратного течения нет (рис. 3, а), а при $e = 0,82$ возвратное течение уже сформировалось (рис. 3, б). Область, занятую возвратным вихрем, легко очертить: среднее значение аксиальной скорости в ней существенно выше, чем в зоне прямого течения вблизи внутреннего цилиндра, где быстрому движению жидкости в аксиальном направлении мешает близость стенок внешнего и внутреннего цилиндров в узком месте зазора.

Естественно, что различие в поле течения с возвратным течением и без него выражено в каналах с малым отношением радиусов, где размеры области, занятой возвратным вихрем, сопоставимы или даже превосходят размеры области прямого течения.

Другая особенность возникает в течении со сформированным возвратным вихрем: прямой и возвратный потоки отрываются от стенки внешнего цилиндра, образуя еще два малых вихря, расположенных там, где соединяются прямое и возвратное течения. Нерегулярность изолиний осредненной аксиальной компоненты скорости в описанном месте связана именно с этими вихрями (см. рис. 3, б). Таким образом, все четыре потока имеют одну общую точку.

Механизм генерации турбулентности, зависящий от доминирующего течения, определяет не только картину течения, но также характер изменения перепада давления с ростом эксцентриситета. Поэтому можно выделить три основных случая, соответствующих доминирующему аксиальному те-

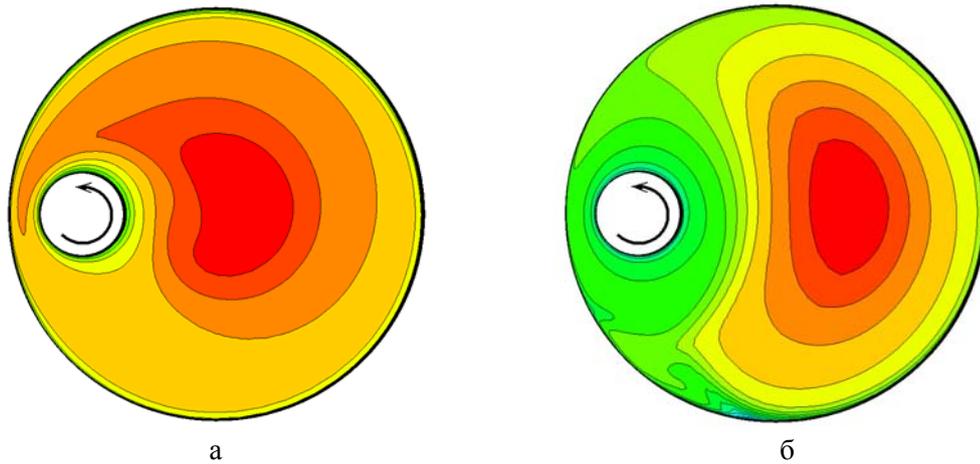


Рис. 3. Изолинии осредненной аксиальной компоненты скорости при пороговом перестроении течения. $R_2/R_1 = 0,2$, $Re_Q = 500$, $Re_\omega = 10^6$

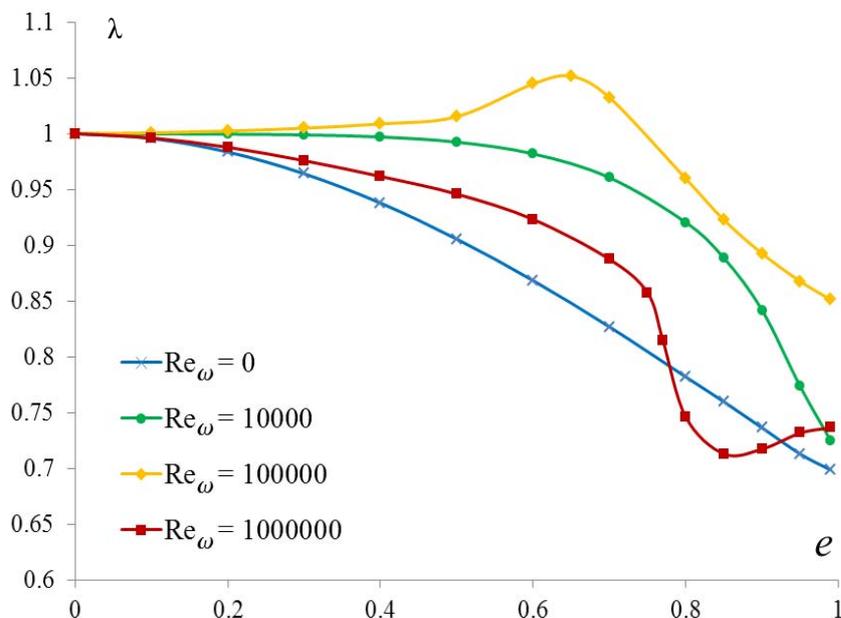


Рис. 4. Зависимость $\lambda = faRe/faRe_0$ (отношение коэффициентов гидравлического сопротивления в эксцентричном и концентричном каналах) от эксцентриситета для различных Re_ω . $R_2/R_1 = 0,5$, $Re_Q = 5 \cdot 10^4$

чению, вращательному течению и смешанному режиму. Падение давления в напорном течении (голубая линия на рис. 4) монотонно падает с увеличением эксцентриситета. Если внутренний цилиндр вращается, но аксиальное течение доминирует, вращение в эксцентричном канале ведет к уменьшению перепада давления по сравнению со случаем

чисто напорного течения (зеленая линия на рис. 4). Это происходит вследствие переноса жидкости из узкого места зазора, где близость стенок обуславливает торможение потока в аксиальном направлении. В случае больших эксцентриситетов, когда область, занятая возвратным течением, велика, количество жидкости, протекающей через узкое

место зазора, невелико и не может существенно замедлить мощный аксиальный поток в области возвратного течения.

С ростом вращательного числа Рейнольдса сопротивление будет увеличиваться, что связано интенсификацией переноса жидкости из узкого места зазора. В случае, когда вращательное и аксиальное числа Рейнольдса сопоставимы, средняя аксиальная скорость вращающегося потока практически не меняется в окружном направлении из-за быстрого вращения. Поэтому эксцентриситет практически не влияет на перепад давления вплоть до значений $e = 0,4 \div 0,5$ (желтая линия на рис. 4). При значениях $e = 0,6 \div 0,7$ происходит образование возвратного течения, сопровождающегося некоторым увеличением энергии пульсаций. Видимо, этим обусловлен локальный максимум перепада давления при средних значениях эксцентриситета. Формирование и развитие возвратного вихря приводит к уменьшению аксиального сопротивления канала.

В случае доминирования вращательного течения распределение аксиальной компоненты скорости целиком формируется течением в плоскости сечения канала, поскольку как турбулентная вязкость, так и перенос аксиального импульса определяется именно им. Поэтому пороговое перестроение течения резко меняет не только осредненные поля скоростей (красная кривая на рис. 4), но и интегральные характеристики течения – например, перепад давления от эксцентриситета терпит разрыв. Как правило, образование возвратного вихря сопровождается снижением энергии пульсаций в потоке и турбулентных напряжений в зоне возвратного течения. Поэтому средняя аксиальная скорость там выше, чем вблизи внутреннего цилиндра (см. рис. 3). Таким образом, появление возвратного течения приводит к резкому уменьшению сопротивления канала и перепада давления. Это уменьшение хорошо видно на рис. 4 (красная линия, пороговое перестроение происходит при $e = 0,75$). Здесь, однако, следует отметить, что при отношении радиусов $R_2 / R_1 \sim 0,5$, для которого приведены данные на рис. 4, характерный скачок не столь ярко выражен, как для малых отношений радиусов. Связано это с тем, что в сравнении со случаем малых отношений радиусов размер области, занятой образованным возвратным течением, не так велик. Дальнейшее же уменьшение

перепада давления (при эксцентриситете $0,75 < e < 0,85$) вызвано быстрым ростом этой зоны (рис. 4, красная линия). В то же время для малых отношений радиусов характерен последующий рост области, занятой возвратным течением.

Заключение

Изучение и анализ результатов моделирования турбулентных течений в цилиндрическом зазоре при одновременном учете вращения, напорного течения и эксцентриситета в широкой области изменения входных параметров проведены в этой работе впервые. Несмотря на многообразие данных течений, их удастся разделить на характерные классы. Критерием такого разделения служит механизм генерации турбулентности. Течения, турбулентность в которых генерируется преимущественно вращением и напорным течением, имеют существенно различные свойства. Механизм генерации турбулентности, в свою очередь, определяется соотношением между напорным и вращательным числами Рейнольдса.

Примечателен тот факт, что в случае доминирования вращательного течения сопротивление канала линейно связано с расходом, что характерно для ламинарных течений. Вместе с тем при доминировании вращательного течения эта линейность нарушается. Коэффициент сопротивления хорошо описывается корреляцией (1).

Важной чертой течений в канале с эксцентриситетом является формирование вторичного течения. Оно всегда имеет пороговый характер и существенно меняет сопротивление в канале. Наличие этого эффекта следует учитывать при эксплуатации различных технических устройств, поскольку резкое изменение характеристик потока может вызвать их выход из строя.

Список литературы

1. Гаврилов А. А., Минаков А. В., Дектерев А. А., Рудяк В. Я. Численный алгоритм для моделирования ламинарных течений в кольцевом канале с эксцентриситетом // СибЖИМ. 2010. Т. 13, вып. 4 (44). С. 46–61.
2. Гаврилов А. А., Минаков А. В., Дектерев А. А., Рудяк В. Я. Численный алгоритм для моделирования установившихся ламинарных течений неньютоновских жидкостей

в кольцевом зазоре с эксцентриситетом // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17, вып. 1. С. 44–57.

3. Podryabinkin E. V., Rudyak V. Ya. Moment and Forces Exerted on the Inner Cylinder in Eccentric Annular Flow // J. Engineering Thermophysics. 2011. Vol. 20. No. 3. P. 320–328.

4. Nouri J. M., Whitelaw J. H. Flow of Newtonian and non-Newtonian Fluids in an Eccentric Annulus with Rotation of the Inner Cylinder // Int. J. Heat and Fluid Flow. Vol. 18. No. 2. 1997. P. 236–246.

5. Escudier M. P., Gouldson I. W. Concentric Annular Flow with Centerbody Rotation of a Newtonian and a Shear-Thinning Liquid // Int. J. Heat and Fluid Flow. Vol. 16. No. 3. 1995. P. 156–162.

6. Chung S. Y., Sung H. J. Large-Eddy Simulation of Turbulent Flow in a Concentric Annulus // Int. J. Heat and Fluid Flow. Vol. 26. 2005. P. 191–203.

7. Naser J. A. Prediction of Newtonian and non-Newtonian Flow through Concentric Annulus with Centerbody Rotation // Int. Conf. on CFD in Mineral and Metal Processing and Power Generation. CSIRO, 1997.

8. Tao L. N., Donawan W. F. Through-Flow in Concentric and Eccentric Annuli of Fine Clearance with and without Relative Motion of the Boundaries // Transactions of the ASME. 1955. P. 1291–1301.

9. Гаврилов А. А., Минаков А. В., Дектерев А. А., Рудяк В. Я. Математическая модель и численная методика моделирования развитого турбулентного течения неньютоновских вязкопластических жидкостей // Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика: Докл. междунар. конф. Новосибирск, 2011.

10. Menter F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA J. 1994. Vol. 32. No. 8. P. 1598–1605.

11. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Под ред. М. О. Штейнберга. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.

Материал поступил в редколлегию 14.07.2012

E. V. Podryabinkin, V. Ya. Rudyak

MODELING OF TURBULENT FLOWS THROUGH THE ANNULAR CHANNEL WITH ECCENTRICITY AND ROTATING INNER CILINDER

In this paper fully developed turbulent flows of Newtonian fluid in cylindrical annulus with eccentricity and rotating inner cylinder has been systematically studied. Modeling has been performed on the base of Menter Shear Transport model of turbulence in a wide range of Reynolds numbers, eccentricity, and radii ratio. As the result dependencies of flow field and pressure drop along the channel on geometrical and flow parameters have been found. It was shown that flow characteristics and dependence of the pressure drop are determined by which flow axial or rotational dominates and caused generation of turbulence. When rotational flow dominates the dependence of the pressure drop is almost linear. When axial flow dominates rotation practically has no impact on the pressure drop in concentric annulus. Appearance of the reverse flow in eccentric channel has a major impact on the pressure drop. In case when rotational flow dominates, appearance of the reverse flow is accompanied by threshold flow restructuring at some critical value of eccentricity. A correlation for determination of the pressure drop in various regimes has been developed for the case of concentric annulus.

Keywords: turbulent flow, eccentric annulus, Newtonian fluid, rotating inner cylinder, pressure drop.